EXÁMENES RESUELTOS

FACULTAD DE TECNOLOGÍA

MATERIA: ÁLGEBRA

2006-2018

INSTITUTO C.EP.I.-TESLA

Lic. Christian Meruvia M.

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2006

ÁREA MATEMÁTICAS

1.- Aumentando en 9 a los dos factores de un producto, el producto aumenta en 549. Hallar el mayor de los factores, si la diferencia entre ellos es 18.

$x \rightarrow$ Es uno de los números del producto.

$y \rightarrow$ Es el otro número del producto.

$z \rightarrow$ Es el producto.

Entonces:

$x \cdot y = z$ **(1)**

Aumentando 9 a los dos números:

$(x+9)\cdot(y+9) = z + 549$ **(2)**

Remplazando (1) en (2):

$(x+9)\cdot(y+9) = xy + 549$

Desarrollando:

$xy + 9x + 9y + 81 = xy + 549 \rightarrow 9x + 9y = 468 \rightarrow x + y = 52$ **(3)**

Por el planteamiento del problema (la diferencia de los números es 18):

$x - y = 18$ **(4)**

(3) y (4)

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 52 \\ x - \cancel{y} = 18 \end{cases}$$

$$2x = 70 \rightarrow x = 35$$

Remplazando en (3):

$x + y = 52 \rightarrow 35 + y = 52 \rightarrow y = 17$

El mayor de los factores es 35.

a) 35 b) 17 c) 30 d) 18 e) ninguno

2.- Determinar el valor de "p" en la siguiente ecuación: $x^2 - 6x + 4 + p = 0$, sabiendo que la diferencia de sus raíces es 2.

Para las ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, se cumple:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Para el ejercicio:

$a = 1$

$b = -6$

$c = 4 + p$

$x_1 - x_2 = 2$

Remplazando:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{-6}{1} \rightarrow x_1 + x_2 = 6$$

$$\begin{cases} x_1 + \cancel{x_2} = 6 \\ x_1 - \cancel{x_2} = 2 \end{cases}$$

$$2x_1 = 8 \rightarrow x_1 = 4$$

Remplazando en: $x_1 + x_2 = 6$

$4 + x_2 = 6 \rightarrow x_2 = 2$

Remplazando en: $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$4 \cdot 2 = \frac{4+p}{1} \rightarrow p = 4$

a) 1 b) 5 c) -5 **d) 4** e) Ninguno

3.- Determinar el valor de *x* en la siguiente ecuación: $\log_3\left(\log_5 2^{x^3}\right) = 6 + \log_3(\log_5 2)$

Resolviendo:

$$\log_3\left(\log_5 2^{x^3}\right) = 6 + \log_3(\log_5 2)$$

- Por la propiedad 15, el número 6 es igual a $\log_3 3^6$

$\log_3\left(\log_5 2^{x^3}\right) = \log_3 3^6 + \log_3(\log_5 2)$

- Por propiedad 4:

$$\log_3\left(\log_5 2^{x^3}\right) = \log_3\left[3^6 \cdot \log_5 2\right]$$

- Por propiedad 16:

$$\log_5 2^{x^3} = 3^6 \log_5 2$$

- Por propiedad 6 en el lado derecho de la ecuación:

$$\log_5 2^{x^3} = \log_5 2^{3^6} \rightarrow 2^{x^3} = 2^{3^6}$$

- Por bases iguales:

$$x^3 = 3^6 \rightarrow x = 3^2 \rightarrow x = 9$$

a) 3 **b) 9** c) 2 d) 1 e) Ninguno

4.- Hallar el término que no contenga “*x*” y “*y*” en el desarrollo del siguiente binomio:

$$\left(\frac{2x^3}{y^2} + \frac{y^4}{4x^6}\right)^{12}$$

PROPIEDADES DEL BINOMIO

1.- Si el signo que separa a los dos términos del binomio es positivo, todos los términos del desarrollo del binomio son positivos, si el signo que separa a los dos términos del binomio es negativo, entonces los términos del desarrollo del binomio son intercalados entre positivos y negativos.

2.- Si el binomio se encuentra elevada a la “n” potencia entonces, el desarrollo del binomio tiene n + 1 términos. En el ejemplo $(a+b)^5$, se encuentra elevada a la potencia 5, por lo

que el desarrollo del mismo tiene 6 elementos.

3.- Los coeficientes del desarrollo del binomio son simétricos, que consiste en que los coeficientes de términos equidistantes de los extremos son iguales. En el ejemplo, el primer y último término tienen coeficiente 1, el segundo y quinto término tienen coeficiente 5, el tercer y cuarto término tiene coeficiente 10.

4.- El coeficiente del primer término es la unidad y el segundo es n.

5.- La suma de los exponentes a y b es igual a n en cualquiera de los términos.

6.- Mientras el primer término del binomio está en forma descendente (a^5, a^4, a^3, a^2, a), el segundo término se encuentra en el desarrollo en forma ascendente (b, b^2, b^3, b^4, b^5)

7.- Si en cualquiera de los términos, el coeficiente se multiplica por el exponente de a y este producto se divide entre el exponente de b aumentado en 1, el resultado es el coeficiente del siguiente término.

- Sin contar con los coeficientes el binomio adquiere la siguiente forma:

$a^{12} + a^{11}b + a^{10}b^2 + a^9b^3 + a^8b^4$……………………..

Para el ejercicio:

$$\left(\frac{2x^3}{y^2}\right)^{12} + \left(\frac{2x^3}{y^2}\right)^{11}\left(\frac{y^4}{4x^6}\right) + \left(\frac{2x^3}{y^2}\right)^{10}\left(\frac{y^4}{4x^6}\right)^2 + \left(\frac{2x^3}{y^2}\right)^9\left(\frac{y^4}{4x^6}\right)^3 + \left(\frac{2x^3}{y^2}\right)^8\left(\frac{y^4}{4x^6}\right)^4 \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Al desarrollar el quinto término se observa que:

$$\left(\frac{2^8 \cdot x^{24}}{y^{16}}\right)\cdot\left(\frac{y^{16}}{4^4 \cdot x^{24}}\right) = \left(\frac{2^8}{4^4}\right) = \left(\frac{2^8}{2^{2\cdot 4}}\right) = \left(\frac{2^8}{2^8}\right) = 1$$

Lógicamente las variables se simplifican y solo quedará el coeficiente que llega a ser el término independiente por lo cual el quinto término es el buscado.

- Se calcula el quinto término mediante combinatoria.

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Donde: $! \rightarrow$ **Es el factorial de un número.**

$n = 12$

$r = 4$ (Calculamos el quinto término $r = 5 - 1 = 4$)

Remplazando:

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} \rightarrow C_4^{12} = \frac{12!}{4!(12-4)!} \rightarrow C_4^{12} = \frac{12*11*10*9*8*7*6*5*4*3*2*1}{4*3*2*1*8*7*6*5*4*3*2*1}$$

$$C_4^{12} = \frac{12*11*10*9\cancel{*8*7*6*5*4*3*2*1}}{4*3*2*1\cancel{*8*7*6*5*4*3*2*1}}$$

$$C_4^{12} = \frac{12*11*10*9}{4*3*2*1} \rightarrow C_4^{12} = 11\times 5\times 9 = 495$$

a) 481 b) 792 c) 395 **d) 495** e)Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2007

5. Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}-3}$$

Cambio de variable: u = $\sqrt{x}$ $\quad u^2 = x$

$$\frac{1}{u+2}+\frac{1}{u+3}=\frac{1}{u-2}+\frac{1}{u-3} \rightarrow \frac{1}{(u+2)(u+3)(u-2)(u-3)}=\frac{1}{(u+2)(u+3)(u-2)(u-3)}$$

$$(u+3)(u-2)(u-3)+(u+2)(u-2)(u-3)=(u+2)(u+3)(u-3)+(u+2)(u+3)(u-2)$$

$$-5u^2-13u+30=5u^2-13u-30 \rightarrow 10u^2=60 \rightarrow u^2=6$$

c) x = 6

6. Determinar el valor de "m", si las raíces de la ecuación se diferencian en 2 unidades.

$$x^2-(m+3)x+\frac{m^2}{4}+1=0$$

a = 1 b = -(m+3) c = $\frac{m^2}{4}+1$

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \qquad x_1.x_2=\frac{c}{a}$$

$$\begin{cases} x_1-x_2=2 \\ x_1+x_2=m+3 \\ x_1.x_2=\dfrac{m^2+4}{4} \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

m = -1/6

c) $-\frac{1}{6}$

7. Al dividir el polinomio P(x) = $x^3 + ax^2 + bx + c$ por (x-1) se obtiene un residuo igual a 2. Al dividir el polinomio por $(x^2 + 5x + 6)$ se obtiene el residuo (-11x +13). Hallar

$E = (a^2 + b^2).$

(x-1) = 0 → x = 1

Sustituyendo en P(x):

1 + a + b + c = 2 → **a + b + c = 1**

Dividiendo P(x) entre $(x^2 + 5x + 6)$

Residuo = (b-5a+19)x -6a + c + 30 = -11x +13

Por comparación**:** **b -5a + 19 = -11**

-6a + c + 30 = 13

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 5a - b = 30 \\ 6a - c = -17 \end{cases}$$ **Resolviendo: a = 4 b = -10 c = 7**

$$a^2 + b^2 = 16 + 100 = 116$$

b) 116

8. Determinar el valor de: $E = \log_5 \sqrt{125} + \log_{11} \sqrt[3]{121} + \frac{5}{6}$

$$E = \log_5 125^{\frac{1}{2}} + \log_{11} 121^{\frac{1}{3}} + \frac{5}{6} \rightarrow E = \frac{1}{2}\log_5 125 + \frac{1}{3}\log_{11} 121 + \frac{5}{6} \rightarrow E = \frac{1}{2}\cdot 3 + \frac{1}{3}\cdot 2 + \frac{5}{6}$$

$E = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ → **E = 3**

d) 3

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

SEGUNDO EXAMEN DE INGRESO 1-2007

4.- Al dividir el polinomio $P(x)=6x^3-3x^2-kx-6$ por $(2x-3)$ se obtiene un residuo igual a cero. Hallar el valor de K.

Dividiendo e igualando el residuo a cero:

$-6+\frac{27-3k}{2}=0 \rightarrow -12+27-3k=0 \rightarrow k=5$

b) $k=5$

a) 6 **b) 5** c) 4 d) 3 e) Ninguno

5.- Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{1}{\sqrt{x}-3}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}$$

Cambio de variable: u = $\sqrt{x}$ $u^2=x$

$\frac{1}{u+2}+\frac{1}{u+3}=\frac{1}{u-2}+\frac{1}{u-3} \rightarrow \frac{1}{(u+2)(u+3)(u-2)(u-3)}=\frac{1}{(u+2)(u+3)(u-2)(u-3)}$

$(u+3)(u-2)(u-3)+(u+2)(u-2)(u-3)=(u+2)(u+3)(u-3)+(u+2)(u+3)(u-2)$

$-5u^2-13u+30=5u^2-13u-30 \rightarrow 10u^2=60 \rightarrow u^2=6$

c) x = 6

a) 6 b) 5 c) 3 d) 12 e) Ninguno

6.- Determinar una solución de la siguiente ecuación logarítmica:

$$\log_2^2 x+\log_2 x=2$$

$(\log_2 x+2)(\log_2 x-1)=0$

$x = 1/4 \quad x = 2$

La solución buscada es: $x = 2$

a) $x = 2$

a) 2 b) 5 c) 3 d) 4 e) Ninguno

7.- Determinar el valor de la siguiente expresión:

$$E = 2\log_b b + 2\log_b\left(\frac{1}{b}\right) + \log_b 1$$

$E = 2 - 2 + 0 \rightarrow E = 0$

a)

a) 0 b) 2 c) 3 d) 1 e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO GESTIÓN 2-2007

ÁREA MATEMÁTICAS

6.- Hallar la suma de todas las soluciones de la siguiente ecuación logarítmica.

$$\log_2(x) + \log_x(2) = 4 - 2\log_{x^2}(4)$$

$$\log_2(x) + \frac{\log_2 2}{\log_2 x} = 4 - \log_x 4 \rightarrow \frac{\log_2{}^2 x + 1}{\log_2 x} = 4 - \frac{\log_2 4}{\log_2 x} \rightarrow 1 + \log_2{}^2 x = 4\log_2 x - 2$$

Ordenando:

$$\log_2{}^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0 \rightarrow (\log x - 3)(\log x - 1) = 0 \rightarrow x_1 = 1000 \quad x_2 = 10$$

a) 6 b) 16 c) 8 **d) 10** e) Ninguno

7.- En el siguiente binomio determinar el coeficiente del término y^4.

$$\left(y^3 + \frac{1}{y}\right)^{12}$$

El primer término será y^{36}, el segundo y^{32}, el tercero y^{28}

El término buscado es el noveno.

El coeficiente será: C_8^{12} (Combinatoria de 8 en 12) $\frac{12!}{8!(12-8)!} = \frac{12*11*10*9}{4*3*2*1} = 495$

a) 792 b) 782 **c) 495** d) 485 e) Ninguno

8.- Cuando el polinomio Q(x) = $x^5 - 4x^4 + px^3 - qx^2 + x - 1$ se divide entre (x +1) se obtiene un residuo igual a 1 y cuando se divide entre (x-1) se obtiene un residuo igual a 3 Determinar el valor de "p".

a) 1 b) – 1 c) - 7 d) 7 e) Ninguno

Para x = -1

-1-4–p–q-1-1= 1 → **p +q = -8 (1)**

Para x = 1

1 -4 +p –q +1 -1 = 3 → **p –q = 6 (2)**

Resolviendo 1 y 2

2p = -2 → **b) p = -1**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2008

ÁREA MATEMÁTICAS

1.- Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}+3}$$

Cambio de variable: u = $\sqrt{x}$ $u^2 = x$

$$\frac{1}{u+2} + \frac{1}{u+3} = \frac{1}{u-2} + \frac{1}{u-3} \rightarrow \frac{1}{(u+2)(u+3)(u-2)(u-3)} = \frac{1}{(u+2)(u+3)(u-2)(u-3)}$$

$$(u+3)(u-2)(u-3) + (u+2)(u-2)(u-3) = (u+2)(u+3)(u-3) + (u+2)(u+3)(u-2)$$

$$-5u^2 - 13u + 30 = 5u^2 - 13u - 30 \rightarrow 10u^2 = 60 \rightarrow u^2 = 6$$

x = 6

a) 12 b) 8 **c) 6** d) 10 e) ninguno

3.- Hallar la suma de las soluciones de la siguiente ecuación logarítmica.

$$[\log_2(x)]^2 + \log_2(x) = 2$$

Realizando un cambio de variable:

$$u = \log_2 x$$

$u^2 + u - 2 = 0 \rightarrow (u+2)\cdot(u-1) = 0$

$u = -2$
$u = 1$

Ahora se vuelve a remplazar los valores obtenidos en el cambio de variable:

$$u = \log_2 x$$

- Para $u = -2$

$-2 = \log_2 x$

Por la propiedad: $\log_a b = c \rightarrow a^c = b$

$2^{-2} = x \rightarrow \frac{1}{4}$

- Para $u = 1$

$1 = \log_2 x \rightarrow x = 2^1 \rightarrow x = 2$

Sumando las dos soluciones: $2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{9}{2}$ **d)** $\frac{9}{4}$ e) ninguno

5.- Determinar el valor de la siguiente expresión logarítmica (*b* > 0)

$$E = 2\log_b(b) + 2\log_b\left(\frac{1}{b}\right) + \log_b 1$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos:

$\log_a a = 1$

$\log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$

$\log_a 1 = 0$

$E=2\log_b(b)+2\log_b\left(\frac{1}{b}\right)+\log_b 1 \rightarrow E=2\cdot 1+2\cdot(-1)+0 \rightarrow E=2-2+0$

$$E=0$$

a) 3 **b) 0** c) 2 d) 1 e) ninguno

7.- Hallar el valor de "*m*" si en la ecuación $x^2-(4+m)x+5m-8=0$ la suma de sus soluciones es igual al triple del producto de las soluciones de la ecuación.

Para las ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2+bx+c=0$, se cumple: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

Para el ejercicio:

$a=1$

$b=-(4+m)$

$c=5m-8$

$x_1+x_2=3x_1\cdot x_2$

Reemplazando:

$-\frac{-(4+m)}{1}=3\cdot\frac{5m-8}{1} \rightarrow 4+m=15m-24 \rightarrow -14m=-28 \rightarrow m=2$

a) 3 b) 4 **c) 2** d) 1 e) ninguno

8.- Un alambre de 65 metros de longitud se corta en 4 partes de modo que cada parte tiene como longitud igual a la parte anterior aumentado en su mitad. Calcular la longitud de la parte más pequeña.

Sea $x\rightarrow$ la longitud de la parte más pequeña.

$x+\frac{x}{2}=\frac{3x}{2}\rightarrow$ la longitud de la segunda parte.

$\frac{3x}{2}+\frac{3x}{4}=\frac{9x}{4}\rightarrow$ la longitud de la tercera parte.

$\frac{9x}{4}+\frac{9x}{8}=\frac{27x}{8}\rightarrow$ la longitud de la cuarta parte.

Formando una ecuación:

$x+\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}x+\frac{27}{8}x=65$

$\frac{8x+12x+18x+27x}{8}=65 \rightarrow \frac{65x}{8}=65 \rightarrow x=8$

a) 8 b) 10 c) 6 d) 7 e) ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

SEGUNDO EXAMEN DE INGRESO 1-2008

ÁREA MATEMÁTICAS

1.- Al dividir el polinomio $p(x)=6x^3-3x^2-kx-6$ entre ($2x$ −3) se obtiene un residuo igual a cero. Hallar el valor de "k".

Dividiendo:

$$
\begin{array}{rl|l}
 & \cancel{6x^3}-3x^2-kx-6 & 2x-3 \\ \cline{2-3}
 & -\cancel{6x^3}+9x^2 & 3x^2+3x+\dfrac{-k+9}{2} \\ \cline{2-2}
 & \cancel{6x^2}-kx & \\
 & -\cancel{6x^2}+9x & \\ \cline{2-2}
 & \cancel{(-k+9)x}-6 & \\
 & \cancel{(k-9)x}+\dfrac{-3k+27}{2} & \\ \cline{2-2}
 & -6+\dfrac{-3k+27}{2} &
\end{array}
$$

Como el residuo debe ser igual a 0:

$$-6+\frac{-3k+27}{2}=0 \rightarrow \frac{-3k+27}{2}=6 \rightarrow -3k+27=12 \rightarrow -3k=-15 \rightarrow k=3$$

a) 2 b) 5 c) 4 **d) 3** e) ninguno

2.- Si el dividendo de una división se aumenta en 2000 unidades el cociente y el residuo aumenta en 4 y 8 unidades respectivamente. Determinar el valor del divisor.

En una división se tiene la siguiente relación:

$$Dividendo = Divisor \times Cociente + \mathrm{Re}\,siduo$$

Sea:

$x \rightarrow$ Dividendo

$y \rightarrow$ Divisor

$z \rightarrow$ Cociente

$R \rightarrow$ Residuo

Originalmente la división es:

$$x = yz + R$$

Luego de aumentarle las 2000 unidades:

$$x + 2000 = y(z+4) + (R+8)$$

Realizando un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x = yz + R \\ x + 2000 = y(z+4) + (R+8) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = yz + R \\ x + 2000 = yz + 4y + R + 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = yz + R \\ x = yz + 4y + R - 1992 \end{cases}$$

Igualando:

$$yz + R = yz + 4y + R - 1992 \rightarrow 4y = 1992 \rightarrow y = \frac{1992}{4} \rightarrow y = 498$$

El Divisor es 498.

a) 498 b) 894 c) 48 d) 84 e) ninguno

3.- La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica creciente es $\frac{21}{2}$; si el segundo término es igual a tres. Determinar la razón de la progresión geométrica.

Una progresión geométrica es una sucesión de números tal que cada uno de los términos posteriores al primero se obtiene multiplicando al anterior un número constante llamada razón geométrica.

$$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{21}{2}$$

Como se tiene el segundo término de la progresión, el primer término se conseguirá dividiendo este término por la razón, el tercer término se obtiene multiplicando el segundo término por la razón:

$$a_1 = \frac{a_2}{r}$$

$$a_3 = a_2 \cdot r$$

Remplazando estas relaciones:

$$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{21}{2} \rightarrow \frac{a_2}{r} + a_2 + a_2 \cdot r = \frac{21}{2}$$

Remplazando $a_2 = 3$:

$$\frac{3}{r} + 3 + 3r = \frac{21}{2} \rightarrow \frac{3 + 3r + 3r^2}{r} = \frac{21}{2} \rightarrow 6 + 6r + 6r^2 = 21r \rightarrow 6r^2 - 15r + 6 = 0$$

$$2r^2 - 5r + 2 = 0 \rightarrow \frac{(2r-4)(2r-1)}{2} = 0 \rightarrow (r-2)(2r-1) = 0$$

$$r = 2 \qquad r = \frac{1}{2}$$

Como la progresión es creciente: $r = 2$

a) 2 b) 4 c) 5 d) 3 e) ninguno

6.- Hallar el valor de la constante "*k*" de la ecuación $(k+2)x^2 + 10x + 3k = 0$ si una de las raíces es el reciproco (inverso) de la otra raíz.

Datos:

$$x_1 = \frac{1}{x_2}$$

$$a = k + 2$$

$$b = 10$$

$$c = 3k$$

Aplicando las ecuaciones:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{10}{k+2} \quad \textbf{(1)}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{3k}{k+2} \quad \textbf{(2)}$$

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \quad \textbf{(3)}$$

(3) en (1)

$$\frac{1}{x_2}.x_2=\frac{3k}{k+2} \rightarrow 1=\frac{3k}{k+2} \rightarrow k+2=3k \rightarrow k=1$$

a) 4 b) 2 **c) 1** d) 3 e) ninguno

7.- Al dividir el polinomio $p(x)=x^3+kx^2-kx-5x-19$ por (x + 4) se obtiene un residuo igual a 17. Calcular el valor de "k".

Igualando x +4 a 0:

$$x=-4$$

Remplazando en el polinomio:

$$p(x)=x^3+kx^2-kx-5x-19$$

$$p(x)=(-4)^3+k(-4)^2-k(-4)-5(-4)-19 \rightarrow -64+16k+4k+20-19$$

Igualando al residuo que es 17:

$$-64+16k+4k+20-19=17 \rightarrow 20k=80 \rightarrow k=4$$

a) 8 b) 6 **c) 4** d) 2 e) ninguno

8.- Si "x" es mayor a "y" en tres unidades determinar el valor de "m" en el siguiente sistema.

$$\begin{cases} 3x-m=5y \\ 2x+3y=3m+1 \end{cases}$$

Añadiendo que $x-3=y$

El nuevo sistema es:

$$\begin{cases} 3x-m=5y \\ 2x+3y=3m+1 \\ x-3=y \end{cases}$$

Remplazando (3) en (1) y (2)

$$\begin{cases} 3x-m=5x-15 \\ 2x+3x-9=3m+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x-m=-15 \\ 5x-3m=10 \end{cases}$$

Resolviendo por el método de reducción:

$$\begin{cases} -2x - m = -15 \dots\dots\dots (\times 5) \\ 5x - 3m = 10 \dots\dots\dots\dots (\times 2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -10x - 5m = -75 \\ 10x - 6m = 20 \end{cases}$$

$$-11m = -55 \rightarrow m = 5$$

a)8 b) 6 c) 4 **d) 5** e) ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **JUEVES 12 DE FEBRERO DE 2009**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2009

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Un recipiente contiene 16 litros de una mezcla que tiene 20 % de anticongelante. Se desea sacar una parte de la mezcla y reemplazarla por anticongelante puro con el fin de elevar el porcentaje de anticongelante en la mezcla al 25 %. La cantidad de la mezcla (en litros) que debe reemplazarse es:

$x \to$ Cantidad de anticongelante puro.

A los 16 litros se saca "x", la cantidad de anticongelante que queda es $0{,}20 \cdot (16 - x)$

Se aumenta la cantidad de anticongelante puro que es "x".

$$0{,}20 \cdot (16 - x) + x = 0{,}25 \cdot 16$$

$3{,}2 - 0{,}2x + x = 4 \to 0{,}8x = 0{,}8 \to x = 1$ litro

A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) Ninguno

2. Calcular la suma de los números pares comprendidos entre 49 y 201 (puede considerarla como la suma de los términos de una progresión):

$$a_1 = 50$$
$$a_n = 200$$
$$d = 2$$

Determinando el número de términos:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \to 200 = 50 + (n-1) \cdot 2 \to 150 = (n-1) \cdot 2 \to \frac{150}{2} = (n-1)$$

$$75 = n - 1 \to n = 76$$

Determinando la suma:

$$S_n = \frac{(a_n + a_1) \cdot n}{2} \to S_n = \frac{(200 + 50) \cdot 76}{2} \to S_n = 9500$$

A) 9652 B) 9500 C) 9348 D) 9196 E) Ninguno

3. Si $\log_{(a-1)}(x+1)=1$ y $\log_{(x+2)}(x+8)=2$; entonces a+x vale:

$\log_{(a-1)}(x+1)=1 \rightarrow (a-1)^1=(x+1) \rightarrow a=x+2$

$\log_{(x+2)}(x+8)=2 \rightarrow (x+2)^2=x+8 \rightarrow x^2+4x+4=x+8 \rightarrow x^2+3x-4=0$

$(x+4)(x-1)=0$

$x=-4 \quad x=1$

La respuesta $x=-4$ no se toma en cuenta por no existir logaritmo de un número negativo.

Reemplazando $x=1$:

$a=x+2 \rightarrow a=1+2 \rightarrow a=3$

$a+x=3-1=4$

A) 4 B) 9 C) 10 D) 18 E) Ninguno

4. Sean: x, y, z, soluciones del sistema. Determinar el valor de E = x + y + z

x + 4y -z = 6

2x +5y -7z = -9

3x – 2y +z = 2

$$\begin{cases} x+4y-z=6 \\ 2x+5y-7z=-9 \\ 3x-2y+z=2 \end{cases}$$

La ecuación 1 $//(-2)$:

$$\begin{array}{r} \left\{\begin{array}{l} \cancel{-2x}-8y+2z=-12 \\ \cancel{2x}+5y-7z=-9 \end{array}\right. \\ \hline -3y-5z=-21 \end{array}$$

La ecuación 1 $//(\times -3)$

$$\begin{array}{r} \left\{\begin{array}{l} \cancel{-3x}-12y+3z=-18 \\ \cancel{3x}-2y+z=2 \end{array}\right. \\ \hline -14y+4z=-16 \end{array}$$

$-7y+2z=-8$ **(5)**

(5) y (6):

$$\begin{cases} -3y-5z=-21 \\ -7y+2z=-8 \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} -6y-\cancel{10z}=-42 \\ -35y+\cancel{10z}=-40 \end{cases}$$

$$-41y=-82$$

$$\rightarrow \quad y=2$$

Reemplazando en 4:

$$-3y-5z=-21 \rightarrow \quad -3\cdot(2)-5z=-21 \rightarrow -6-5z=-21 \rightarrow -5z=-15 \rightarrow z=3$$

Reemplazando en 1:

$$x+4y-z=6 \rightarrow x+4\cdot 2-3=6 \rightarrow x=6-5 \rightarrow x=1$$

$$E=x+y+z \rightarrow E=1-2-3=6$$

A) -3 B) 6 C) 5 D) 0 E) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

SEGUNDO EXAMEN DE INGRESO 1-2009

ÁREA MATEMÁTICAS

1.- Determinar el valor de "k" para que la siguiente división de polinomios tenga un residuo igual a cero:

$$\frac{x^3+2x^2-x+k}{x-2}$$

$x-2=0 \rightarrow x=2$

Reemplazando:

$x^3+2x^2-x+k=0 \rightarrow 2^3+2(2)^2-2+k=0 \rightarrow 8+8-2+k=0 \rightarrow k=-14$

a) 16 b) 14 c) - 14 d) - 18 e) ninguno

2.- Sean $x_1; x_2$ soluciones del siguiente sistema: Determinar el valor de: $E=x_1+x_2$

$$x+y=10$$
$$x^2+y^2=58$$

Despejando "x" en (1):

$x=10-y$

Sustituyendo en (2):

$x^2+y^2=58 \rightarrow (10-y)^2+y^2=58 \rightarrow 100-20y+y^2+y^2=58 \rightarrow 2y^2-20y+42=0 \quad //(\div 2)$

$y^2-10y+21=0 \rightarrow (y-7)(y-3)=0 \rightarrow y_1=7 \quad y_2=3$

Reemplazando las dos soluciones en $x=10-y$:

$x=10-7 \rightarrow x_1=3$

$x=10-3 \rightarrow x_2=7$

$E=x_1+x_2 \rightarrow E=3+7=10$

a) 18 b) 16 c) 14 d) 10 e) ninguno

3.- Determinar el término independiente de $\left(x^7+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22}$; $x\neq 0$

Por combinatoria:

$$C_{21}^{22}\left(x^7\right)\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{21} \rightarrow C_{21}^{22}x^7\cdot\frac{1}{\left(x^7\right)} \rightarrow \frac{22!}{21!\cdot(22-21)!} \rightarrow 22$$

a) 12 b) 22 c) 31 d) 40 e) ninguno

4.- En la ecuación $x^2+(2k+5)x+k=0$, una raíz excede a la otra en 3 unidades, determinar el valor de "k":

$a=1$
$b=2k+5$
$c=k$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \rightarrow x_1+x_2=-\frac{2k+5}{1} \rightarrow x_1+x_2=-2k-5$ **(1)**

$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a} \rightarrow x_1\cdot x_2=\frac{k}{1} \rightarrow x_1\cdot x_2=k$ **(2)**

$x_1-x_2=3$ **(3)**

(1) y (3):

$$\begin{cases} x_1+\cancel{x_2}=-2k-5 \\ x_1-\cancel{x_2}=3 \end{cases}$$

$2x_1=-2k-2 \rightarrow x_1=-k-1$ **(4)**

(2) y (3):

$x_1-x_2=3 \rightarrow x_1-\frac{k}{x_1}=3 \rightarrow x_1^2-k=3x_1$ **(5)**

Reemplazando (4) en (5):

$$(-k-1)^2-k=3\cdot(-k-1) \rightarrow k^2+2k+1-k=-3k-3 \rightarrow k^2+4k+4=0$$

$$(k+2)\cdot(k+2)=0 \rightarrow k=-2$$

a) -2 b) 1 c) $-\frac{4}{5}$ d) 5 e) ninguno

5. Cierto número de personas alquiló un colectivo y realizó una excursión. Si hubieran ido 10 personas más, cada una habría pagado 5 bolivianos menos, y si hubieran ido 6 personas menos, cada una habría pagado 5 bolivianos más. El número de personas que fueron de excursión es:

$x \rightarrow$ Número de personas originalmente

$y \rightarrow$ Costo por persona

Originalmente:

$C = x \cdot y$ **(1)**

Luego:

$C = (x+10)\cdot(y-5) = xy - 5x + 10y - 50$ **(2)**

$C = (x-6)\cdot(y+5) = xy + 5x - 6y - 30$ **(3)**

Igualando (1) y (2):

$xy - 5x + 10y - 50 = xy \rightarrow -5x + 10y = 50$ **(4)**

Igualando (1) y (3):

$xy + 5x - 6y - 30 = xy \rightarrow 5x - 6y = 30$ **(5)**

Reduciendo (4) y (5):

$$\begin{cases} -5x + 10y = 50 \\ 5x - 6y = 30 \end{cases}$$

$4y = 80 \rightarrow y = 20$

Reemplazando en (4):

$-5x + 10(20) = 50 \rightarrow x = 30$

a) 27 b) 45 c) 30 d) 28 e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

SEGUNDO EXAMEN DE INGRESO 1-2010

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Encontrar el cuarto término del siguiente desarrollo:

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{x}\right)^6$$

El cuarto término es:

$$-c_3^6\left(\frac{x}{2}\right)^3\left(\frac{2}{x}\right)^3$$

Desarrollando la combinatoria:

$$c_3^6=\frac{6!}{3!\cdot(6-3)!}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2}=20$$

$$-20\frac{\cancel{x^3}}{\cancel{2^3}}\cdot\frac{\cancel{2^3}}{\cancel{x^3}}=-20$$

a) -40	b) 40	c) **-20**	d) 20	e) Ninguno

2. Hallar la solución de la siguiente ecuación exponencial:

$$7(3^{x+1})-3^{x+4}=5^{x+2}-5^{x+3}$$

$7\cdot3^x\cdot3^1-3^x\cdot3^4=5^x\cdot5^2-5^x\cdot5^3 \quad\Rightarrow\quad 21\cdot3^x-81\cdot3^x=25\cdot5^x-125\cdot5^x$

$-60\cdot3^x=-100\cdot5^x \quad //(\times-1) \quad\Rightarrow\quad 60\cdot3^x=100\cdot5^x$

$\frac{60}{100}=\frac{5^x}{3^x} \quad\Rightarrow\quad \frac{3}{5}=\left(\frac{5}{3}\right)^x \quad\Rightarrow\quad \frac{3}{5}=\left(\frac{3}{5}\right)^{-x}$

Bases iguales, exponentes iguales:

$1=-x \quad\Rightarrow\quad x=-1$

a) $-\frac{3}{5}$	b) $\frac{3}{5}$	c) $-\frac{5}{3}$	d) $\frac{5}{3}$	e) Ninguno

3. Tres viajeros salen de una ciudad “A” el mismo día y a la misma hora y retornan periódicamente. El primero lo hace cada 15 días, el segundo cada 24 días y el tercero cada 46 días. Luego de cuantos días volverán a encontrarse simultáneamente los tres viajeros en la ciudad “A”.

Se determina el mínimo común múltiplo:

15	24	46	2
15	12	23	2
15	6	23	2
15	3	23	3
5	1	23	5
1	1	23	23
1	1	1	

$$m.c.m. = 2^3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2760\ días$$

A) 5148	B) 6240	C) **2760**	D) 7410	E) Ninguno

4. Determinar el valor de la siguiente expresión logarítmica:

$$E = log_b(b) + 3log_b\left(\frac{1}{b}\right) + log_b(1)$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos se tiene: (ver libro de álgebra preuniversitaria)

$E = log_b(b) + 3log_b\left(\frac{1}{b}\right) + log_b(1) \quad \Rightarrow \quad E = 1 + 3log_b b^{-1} + 0$

$E = 1 - 3 \cdot log_b b + 0 \quad \Rightarrow \quad E = 1 - 3 \quad \Rightarrow \quad E = -2$

A) 1	B) 4	C) **- 2**	D) - 1	E) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **MARTES 18 DE ENERO DE 2011**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2011

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Simplificar la siguiente expresión:

$$E = \left(x - \frac{2}{x+1}\right) \div \left(x - \frac{x}{x+1}\right)$$

$$E = \left(x - \frac{2}{x+1}\right) \div \left(x - \frac{x}{x-1}\right) \quad \Rightarrow \quad E = \left(\frac{x^2+x-2}{x+1}\right) \div \left(\frac{x^2+x-x}{x+1}\right) \quad \Rightarrow \quad E = \frac{x^2+x-2}{\cancel{x+1}} \cdot \frac{\cancel{x+1}}{x^2}$$

a) $\boldsymbol{\frac{x^2+x-2}{x^2}}$	b) $\frac{x}{x^2+y^2}$	c) $\frac{x}{x+y}$	d) $\frac{y}{x+y}$	E) Ninguno

2. Determinar el 42º término de la progresión Aritmética de 100, 97, 94, ……….

Datos:

$d = 97 - 100 = 94 - 97 = -3$

$a_1 = 100$ $\qquad a_{42} = ?$ $\qquad n = 42$

Aplicando la fórmula del enésimo término:

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad a_{42} = 100 + (42-1)(-3)$

$a_{42} = 100 - 123 \quad \Rightarrow \quad a_{42} = -23$

a) -17	b) -21	c) **-23**	d) -25	e) Ninguno.

3. El primer término de una progresión geométrica es $-\frac{2}{81}$ y el octavo término es 54. Hallar el valor de la razón.

Datos:

$a_1 = -\frac{2}{81}$ $\qquad a_8 = 54$

Convirtiendo en función al primer término se tiene:

$a_8 = a_1 \cdot r^7 \quad \Rightarrow \quad 54 = -\frac{2}{81} \cdot r^7 \quad \Rightarrow \quad -27 \cdot 81 = r^7$

$-3^3 \cdot 3^4 = r^7 \quad \Rightarrow \quad -3^7 = r^7 \quad \Rightarrow \quad r = -3$

a) 2	b) -2	c) 3	d) **-3**	e) Ninguno.

4. 5 trajes y 3 sombreros cuestan 4180 Bs, 8 trajes y 9 sombreros 6940 Bs. Hallar el precio de un sombrero.

$x \longrightarrow costo\ de\ cada\ traje$

$y \longrightarrow costo\ de\ cada\ sombrero$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4180 \\ 8x + 9y = 6940 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4180 & //(\times -3) \\ 8x + 9y = 6940 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x - 9y = -12540 \\ \ \ 8x + 9y = 6940 \end{cases}$$

$$-7x = -5600 \quad \Rightarrow \quad x = 800$$

Reemplazando en (1):

$5x + 3y = 4180 \quad \Rightarrow \quad 5 \cdot 800 + 3y = 4180 \quad \Rightarrow \quad 4000 + 3y = 4180$

$3y = 180 \quad \Rightarrow \quad y = 60$

a) **60**	b) 80	c) 700	d) 800	e) Ninguno.

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **MARTES 24 DE ENERO DE 2012**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2012

ÁREA MATEMÁTICAS

1. El número de divisores de 120 es:

Descomponiendo el número:

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

Tomando en cuenta los exponentes, el número de divisores es:

$(3+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1) = 4\cdot 2\cdot 2 = 16$

Los divisores son: 1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40,60,120

A) 15	B) 12	C) **16**	D) 18	E) Ninguno

2. Juan tiene un monto M de dinero y realiza dos pagos para cancelar las deudas que tiene. La primera deuda que cancela corresponde al 60 % del monto M; y la segunda deuda que cancela corresponde al 40 % del monto que le queda luego de haber pagado la primera deuda. ¿Con qué porcentaje del monto inicial M se queda?

La primera deuda es el 60% de M o sea 0,6M, quedando el 40 % de M o sea 0,4M.

La segunda deuda corresponde al 40 % de lo que queda, o sea $0{,}4\cdot 0{,}4\text{M} = 0{,}16\text{M}$

La suma de los dos pagos es $0{,}6M + 0{,}16M = 0{,}76M$ o sea el 76%

Quedando el 24% del monto inicial.

A) 30 %	B) **24 %**	C) 20 %	D) 21 %	E) Ninguno

3. En el desarrollo del binomio $(x-2y)^6$, el valor de la suma s de los coeficientes numéricos verifica

Desarrollando los coeficientes del binomio se tiene:

$$c_0^6 x^6 - c_1^6 x^5 \cdot 2y + c_2^6 x^4 \cdot (2y)^2 - c_3^6 x^3 \cdot (2y)^3 + c_4^6 x^2 \cdot (2y)^4 - c_5^6 x \cdot (2y)^5 + c_6^6 (2y)^6$$

$$c_0^6 = 1$$

$$c_1^6 = \frac{6!}{1! \cdot (6-1)!} = 6 \quad \Rightarrow \quad 6 \cdot 2 = 12$$

$$c_2^6 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} = 15 \quad \Rightarrow \quad 15 \cdot 2^2 = 60$$

$$c_3^6 = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = 20 \quad \Rightarrow \quad 20 \cdot 2^3 = 160$$

$$c_4^6 = \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!} = 15 \quad \Rightarrow \quad 15 \cdot 2^4 = 240$$

$$c_5^6 = \frac{6!}{5! \cdot (6-5)!} = 6 \quad \Rightarrow \quad 6 \cdot 2^5 = 192$$

$$c_6^6 = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 \cdot 2^6 = 64$$

La suma es: $S = 1 - 12 + 60 - 160 + 240 - 192 + 64 = 1$

A) s = -1	B) s < 0	C) s > 1	D) **s = 1**	E) Ninguno

4. Si $\alpha\ y\ \beta$ son las dos raíces reales distintas de cero, de la ecuación $x^2 - mx + n = 0$, entonces la ecuación cuyas raíces son $\frac{\alpha}{\beta}$ y $\frac{\beta}{\alpha}$ es:

Las propiedades de las raíces son:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{-m}{1} \quad \Rightarrow \quad \alpha + \beta = m$$

Elevando miembro a miembro al cuadrado:

$$(\alpha+\beta)^2 = m^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = m^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 + \beta^2 = m^2 - 2\alpha\beta \qquad (1)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{n}{1} \quad \Rightarrow \quad \alpha \cdot \beta = n \qquad (2)$$

Si las raíces son $\frac{\alpha}{\beta}$ y $\frac{\beta}{\alpha}$, la ecuación es:

$$\left(x - \frac{\alpha}{\beta}\right)\left(x - \frac{\beta}{\alpha}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - \frac{\beta}{\alpha}x - \frac{\alpha}{\beta}x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{-\beta^2 - \alpha^2}{\alpha \cdot \beta}x + 1 = 0$$

$$x^2 - \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha \cdot \beta}x + 1 = 0 \qquad (3)$$

Sustituyendo (1) y (2) en (3):

$$x^2 - \frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\cdot\beta}x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - \frac{m^2-2\alpha\beta}{\alpha\cdot\beta}x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - \frac{m^2-2n}{n}x + 1 = 0$$

Multiplicando miembro a miembro por "n"

$$nx^2 - (m^2 - 2n)x + n = 0$$

a) $nx^2 - (m^2 + 2n)x + n = 0$ b) $nx^2 - (m^2 - 2n)x - n = 0$

c) $nx^2 - (m^2 - 2n)x + n = 0$ d) $nx^2 - (m^2 - 2n)x + 1 = 0$ e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Lunes 28 DE ENERO DE 2013**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

PRIMER EXAMEN DE INGRESO 1-2013

ÁREA MATEMÁTICAS

1. A un alambre de 91 metros de longitud se le da 4 cortes de manera que la longitud de cada trozo es igual a la del inmediato anterior, aumentado en su mitad. ¿Cuál es la longitud del trozo más grande?

$$x \longrightarrow Primera\ parte$$

$$x + \frac{x}{2} = \frac{3}{2}x \longrightarrow Segunda\ parte$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{3}{4}x = \frac{9}{4}x \longrightarrow Tercera\ parte$$

$$\frac{9}{4}x + \frac{9}{8}x = \frac{27}{8}x \longrightarrow Cuarta\ parte$$

$$x + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}x + \frac{27}{8}x = 91$$

$$\frac{8x+12x+18x+27x}{\cancel{8}} = \frac{728}{\cancel{8}} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{56}{5}\ metros$$

La parte más grande es:

$$\frac{27}{8}x \quad \Rightarrow \quad \frac{27}{8}\cdot\frac{56}{5} = \frac{189}{5} = 37{,}8\ metros$$

a) 25,8	b) 37,8	c) 45,8	d) 54,8	e) Ninguno

2. Si $a + m + n = 36$, hallar n sabiendo que: $\frac{a}{2} = \frac{m}{3} = \frac{n}{4}$

De $\frac{a}{2} = \frac{m}{3} = \frac{n}{4}$ se tiene que:

$$\frac{a}{2} = \frac{n}{4} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{n}{2} \quad (1)$$

$$\frac{m}{3} = \frac{n}{4} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{3}{4}n \quad (2)$$

Sustituyendo (1) y (2) en $a + m + n = 36$:

$$a + m + n = 36 \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{2} + \frac{3}{4}n + n = 36 \quad \Rightarrow \quad \frac{2n+3n+4n}{\cancel{4}} = \frac{144}{\cancel{4}} \quad \Rightarrow \quad 9n = 144 \quad \Rightarrow \quad n = 16$$

a) **16**	b) 17	c) 18	d) 19	e) Ninguno

3. En el polinomio $P(x) = mx^2 + mx + 2$, se verifica que $P(1) = 3P(-1)$. Calcular $P(m+3)$

$$P(1) = m \cdot 1^2 + m \cdot 1 + 2 \quad \Rightarrow \quad P(1) = 2m + 2$$

$$P(-1) = m \cdot (-1)^2 + m(-1) + 2 \quad \Rightarrow \quad P(-1) = m - m + 2 \quad \Rightarrow \quad P(-1) = 2$$

Como se verifica que: $P(1) = 3P(-1)$

$$2m + 2 = 3 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad 2m = 6 - 2 \quad \Rightarrow \quad m = 2$$

Determinando $P(m+3)$:

$$P(m+3) \quad \Rightarrow \quad P(2+3) \quad \Rightarrow \quad P(5) = 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 2 = 62$$

a) -40	b) **62**	c) 15	d) -42	e) Ninguno

4. Efectue las operaciones y simplifique:

$$\left(\frac{a^2}{(1+a)(1-a)} - \frac{a^4}{1-a^4}\right)\left(1 - a + \frac{1+a^3}{a^2}\right)$$

$$\left(\frac{a^2}{(1+a)(1-a)} - \frac{a^4}{1-a^4}\right)\left(1 - a + \frac{1+a^3}{a^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a^2}{(1+a)(1-a)} - \frac{a^4}{(1+a^2)(1+a)(1-a)}\right)\left(1 - a + \frac{1+a^3}{a^2}\right)$$

$$\frac{(1+a^2)a^2 - a^4}{(1+a^2)(1+a)(1-a)} \cdot \frac{a^2 - \cancel{a^3} + 1 + \cancel{a^3}}{a^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{a^2 + \cancel{a^4} - \cancel{a^4}}{\cancel{(1+a^2)}(1+a)(1-a)} \cdot \frac{\cancel{a^2+1}}{a^2}$$

$$\frac{\cancel{a^2}}{(1+a)(1-a)} \cdot \frac{1}{\cancel{a^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{1-a^2}$$

a) $\frac{1}{1+a^2}$	b) $\mathbf{\frac{1}{1-a^2}}$	c) $1 - a^2$	d) $1 + a^2$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Lunes 27 de Enero de 2014**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2014 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Calcular el valor numérico de $\frac{38xyz(x+y+z)}{x^2+y^2-z^2}$, para $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}, z=-\frac{1}{8}$

$$\frac{38xyz(x+y+z)}{x^2+y^2-z^2} \quad\Rightarrow\quad \frac{38\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{8}\right)\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2-\left(-\frac{1}{8}\right)^2} \quad\Rightarrow\quad \frac{-\frac{19}{32}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)}{\frac{1}{4}+\frac{1}{16}-\frac{1}{64}} \quad\Rightarrow\quad \frac{-\frac{19}{32}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)}{\frac{19}{64}}$$

$$-\frac{5}{4}$$

a) $\frac{1}{4}$	b) $-\frac{1}{4}$	c) $\frac{7}{4}$	d) $-\frac{7}{4}$	e) Ninguno

2. 1000 adoquines cuestan 5000 bolivianos. Cada adoquín cubre una superficie de $160\ cm^2$. El costo del total de adoquines necesarios para cubrir un piso rectangular de 8 metros x 6,5 metros , es (en bolivianos)

Costo de cada adoquín:

$$\frac{5000}{1000}=5\ Bs\ cada\ adoquín$$

La superficie que se debe cubrir es: $800\times650=520000\ cm^2$

Por regla de tres:

$5\ bs$_______________$160\ cm^2$

$x\ bs$______________$520000\ cm^2$

$$x=\frac{5\times520000}{160}=16250\ Bs$$

A) 14000	B) 13000	C) 14625	D) **16250**	e) Ninguno

3. La suma de las soluciones de la ecuación $\frac{x}{2x+7}+\frac{x+1}{x+3}=1$; vale:

$$\frac{x}{2x+7}+\frac{x+1}{x+3}=1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x(x+3)+(x+1)(2x+7)}{(2x+7)(x+3)}=1 \quad \Rightarrow \quad x(x+3)+(x+1)(2x+7)=(2x+7)(x+3)$$

$$x^2+3x+\cancel{2x^2}+\cancel{7x}+2x+7=\cancel{2x^2}+6x+\cancel{7x}+21$$

$$x^2-x-14=0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se tiene:

$$x=\frac{1+\sqrt{57}}{2} \qquad x=\frac{1-\sqrt{57}}{2}$$

La suma de las raíces es: $\frac{1+\sqrt{57}}{2}+\left(-\frac{1-\sqrt{57}}{2}\right)=\frac{1+\sqrt{57}-1+\sqrt{57}}{2}=\sqrt{57}$

a) 1	b) 2	c) 3	d) 4	e) Ninguno

4. La solución x de la ecuación $log_5(x+1)-log_5(x-1)=2$ es un número que verifica:

Aplicando las propiedades de los logaritmos: (ver libro de álgebra preuniversitaria)

$$log_5(x+1)-log_5(x-1)=2 \quad \Rightarrow \quad log_5\frac{x+1}{x-1}=2 \quad \Rightarrow \quad 5^2=\frac{x+1}{x-1}$$

$$25(x-1)=x+1 \quad \Rightarrow \quad 25x-25=x+1 \quad \Rightarrow \quad 24x=26$$

$$x=\frac{13}{12}=1{,}083333\ldots.$$

Por lo que "x" se encuentra en el intervalo: $1<x<3$

a) $\mathbf{1<x<3}$	b) $x\geq 3$	c) $0<x<1$	d) $-1<x<0$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **MIERCOLES 5 de Febrero de 2014**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2014 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Hallar el valor de "p" para que la división de: $R(x) = px^4 - (1+2p)x^3 - (1+3p)x^2 + px + 3$ entre $Q(x) = x - 3$ sea exacta.

Por el método abreviado:

$$x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

Reemplazando en el dividendo e igualando a cero para que la división sea exacta:

$$px^4 - (1+2p)x^3 - (1+3p)x^2 + px + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad p \cdot 3^4 - (1+2p)3^3 - (1+3p)3^2 + p \cdot 3 + 3 = 0$$

$$81p - (1+2p) \cdot 27 - (1+3p) \cdot 9 + p \cdot 3 + 3 = 0$$

Dividiendo miembro a miembro entre 3:

$$27p - (1+2p) \cdot 9 - (1+3p) \cdot 3 + p + 1 = 0$$

$$27p - 9 - 18p - 3 - 9p + p + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad p = 11$$

a) 14	**b) 11**	c) 13	d) 10	e) Ninguno

2. Para la ecuación: $x^2 - nx + 36 = 0$ que tiene como raíces a x_1 y x_2. Determinar el valor de "n" tal que cumpla: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12}$

Por las propiedades de las raíces se tiene:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-n}{1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{36}{1} \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = n & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = 36 & (2) \\ \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{5}{12} & (3) \end{cases}$$

(1) y (2) en (3):

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{5}{12} \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{36} = \frac{5}{12} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{5 \cdot 36}{12} \quad \Rightarrow \quad n = 15$$

a) 13	b) 17	c) 18	**d) 15**	e) Ninguno

3. Calcular el valor de "y" que satisface el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} \frac{20}{x}-\frac{12}{y}+\frac{15}{z}=6 \\ \frac{15}{x}+\frac{20}{y}+\frac{6}{z}=10 \\ \frac{10}{x}+\frac{8}{y}-\frac{9}{z}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{20}{x}-\frac{12}{y}+\frac{15}{z}=6 \\ \frac{15}{x}+\frac{20}{y}+\frac{6}{z}=10 \\ \frac{10}{x}+\frac{8}{y}-\frac{9}{z}=1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{20}{x}-\frac{12}{y}+\frac{15}{z}=6 & //(\times 3) \\ \frac{15}{x}+\frac{20}{y}+\frac{6}{z}=10 & //(\times -4) \quad //(\times 2) \\ \frac{10}{x}+\frac{8}{y}-\frac{9}{z}=1 & //(\times -3) \end{cases}$$

Reduciendo “x” entre (1) y (2):

$$\cancel{\frac{60}{x}}-\frac{36}{y}+\frac{45}{z}=18$$

$$-\cancel{\frac{60}{x}}-\frac{80}{y}-\frac{24}{z}=-40$$

$$-\frac{116}{y}+\frac{21}{z}=-22 \qquad (4)$$

Reduciendo “x” entre (2) y (3):

$$\cancel{\frac{30}{x}}+\frac{40}{y}+\frac{12}{z}=20$$

$$-\cancel{\frac{30}{x}}-\frac{24}{y}+\frac{27}{z}=-3$$

$$\frac{16}{y}+\frac{39}{z}=17 \qquad (5)$$

Reduciendo (4) y (5):

$$\begin{cases} -\frac{116}{y}+\frac{21}{z}=-22 & //(\times 39) \\ \frac{16}{y}+\frac{39}{z}=17 & //(\times -21) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} -\frac{4524}{y}+\cancel{\frac{819}{z}}=-858 \\ -\frac{336}{y}-\cancel{\frac{819}{z}}=-357 \end{cases}$$

$$-\frac{4860}{y}=-1215 \qquad \Rightarrow \qquad y=4$$

Reemplazando en (5):

$$\frac{16}{y}+\frac{39}{z}=17 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{16}{4}+\frac{39}{z}=17 \qquad \Rightarrow \qquad 4+\frac{39}{z}=17 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{39}{z}=13$$

$z=3$

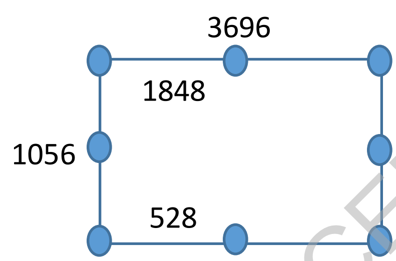
Reemplazando en (2):

$$\frac{15}{x}+\frac{20}{y}+\frac{6}{z}=10 \quad \Rightarrow \quad \frac{15}{x}+\frac{20}{4}+\frac{6}{3}=10 \quad \Rightarrow \quad \frac{15}{x}+5+2=10$$

$\frac{15}{x}=3 \quad \Rightarrow \quad x=5$ (no se necesita determinar “x” ni “z”)

a) $\frac{1}{3}$	b) $\frac{1}{4}$	c) $\mathbf{4}$	d) 3	e) Ninguno

4. A un terreno de forma rectangular de 3696 metros de largo y 1056 metros de ancho se le quiere cercar con alambre sujeto a postes equidistantes de manera que disten de 20 a 30 metros y que corresponda un poste en cada vértice y otros en cada uno de los puntos medios de los lados del rectángulo. cuantos postes se requieren?



Un divisor de 20 a 30 metros es 22:

$$\frac{3696+3696+528+528}{22}=432$$

Otro divisor de 20 a 30 metros es 24:

$$\frac{3696+3696+528+528}{24}=352$$

a) 7392	b) 264	c) 336	d) 528	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves 26 de Febrero de 2015**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2015 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. La cantidad de divisores comunes de los números 690 y 960, mayores que 1 y menores que 100, es:

Descomponiendo los números:

$690 = 2\times3\times5\times23$

$960 = 2^6\times3\times5$

El M.C.D.(máximo común divisor) es: $M.C.D. = 2\times3\times5 = 30$

Descomponiendo el M.C.D.:

$30 = 2\times3\times5$

Los divisores comunes son todas las combinaciones incluido el 1:

1,2,3,5,6,10,15,30

Pero como debe ser mayor a 1, entonces son 7 divisores comunes:

a) 6	b) 10	c) 8	d) **7**	e) Ninguno

2. Las ganancias anuales durante 10 años por un interés están en progresión aritmética. Si el primer año se ganó 200 bolivianos y el décimo año se ganó 3800 bolivianos. La ganancia G, correspondiente al quinto año, verifica:

Datos:

$a_1 = 200 \qquad a_{10} = 3800 \qquad a_5 = ?$

Convirtiendo el décimo término en función al primer término:

$a_{10} = a_1 + 9d \quad \Rightarrow \quad 3800 = 200 + 9d \quad \Rightarrow \quad 3600 = 9d \quad \Rightarrow \quad d = 400$

$a_5 = a_1 + 4d \quad \Rightarrow \quad a_5 = 200 + 4\cdot400 \quad \Rightarrow \quad a_5 = 1800$

A) G< 1650	B) 1650< G < 1750	C) **1750 <G <1850**	D) G > 1850	e) Ninguno

3. Si (x,y,z,u) es solución del sistema : $2x-3z-u=2,\ \ 3y-2z-5u=3,\ \ x-3y+3u=0,$ $4y-3u=2$; entonces el valor de $x+y+z-u$, es:

$2x-3z-u=2 \qquad (1)$

$3y-2z-5u=3 \qquad (2)$

$x-3y+3u=0 \qquad (3)$

$4y-3u=2 \qquad (4)$

(3) y (4)

$x-3y+\cancel{3u}=0$

$4y-\cancel{3u}=2$

$x+y=2 \qquad (5)$

(5) en (1):

$2x-3z-u=2 \quad \Rightarrow \quad 2(2-y)-3z-u=2 \quad \Rightarrow \quad -2y-3z-u=-2 \qquad (6)$

Reduciendo "z" entre (2) y (6):

$3y-2z-5u=3 \quad //(\times -3)$

$-2y-3z-u=-2 \quad //(\times 2)$

$-9y+\cancel{6z}+15u=-9$

$-4y-\cancel{6z}-2u=-4$

$-13y+13u=-13 \quad \Rightarrow \quad -y+u=-1 \qquad (7)$

Resolviendo el sistema entre (4) y (7)

$4y-3u=2$

$-y+u=-1$

$y=-1 \qquad u=-2$

Sustituyendo en (3):

$x-3y+3u=0 \quad \Rightarrow \quad x-3(-1)+3(-2)=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$

Sustituyendo en (1):

$2x-3z-u=2 \quad \Rightarrow \quad 2\cdot 3-3z-(-2)=2 \quad \Rightarrow \quad 6-3z+2=2 \quad \Rightarrow \quad z=2$

Determinando: $x+y+z-u=3-1+2-(-2)=6$

A) 4	B) 5	C) **6**	D) 7	e) Ninguno

4. Si α y β son las raíces de la ecuación $x^2 - px + q = 0$ entonces el valor de $\alpha^3 + \beta^3$ es:

$a = 1 \qquad b = -p \qquad c = q$

Las propiedades de las raíces son:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$\alpha + \beta = -\frac{-p}{1} \quad \Rightarrow \quad \alpha + \beta = p$

Elevando miembro a miembro al cuadrado:

$(\alpha + \beta)^2 = p^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = p^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 + \beta^2 = p^2 - 2\alpha\beta \qquad (1)$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{q}{1} \quad \Rightarrow \quad \alpha \cdot \beta = q \qquad (2)$

Para hallar el valor de $\alpha^3 + \beta^3$, se factoriza:

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

Sustituyendo (1) y (2):

$(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) \Rightarrow \quad p(p^2 - 2\alpha\beta - \alpha\beta) \quad \Rightarrow \quad p(p^2 - 3\alpha\beta)$

$p(p^2 - 3q)$

a) $p(2q - p^2)$	b) $p(3q - p^2)$	c) $p(p^2 - 2q)$	d) $\boldsymbol{p(p^2 - 3q)}$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves 12 de Marzo de 2015**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2015 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. ¿Cuál es el intervalo solución de la desigualdad $\frac{4x}{2x+3} > 2$?

$$\frac{4x}{2x+3} > 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{4x}{2x+3} - 2 > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{4x-2(2x+3)}{2x+3} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{4x-4x-6}{2x+3} > 0$$

$$\frac{-6}{2x+3} > 0$$

Determinando las raíces del denominador (el denominador se iguala a cero):

$$2x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{3}{2}$$

Verificando el intervalo para $x = 0$ (ver libro de álgebra preuniversitaria)

$$-2 > 0 \quad (falso)$$

$$I_s: \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$$

a) $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$	b) $\left(-\infty, -\frac{3}{4}\right)$	c) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$	d) $\left(\frac{3}{4}, \infty\right)$	e) Ninguno

2. Un auto que va a 60 Km por hora pasa por el punto A en el mismo instante en que otro auto que va a 40 Km por hora pasa por el punto B. B está situado a la derecha de A y dista 95 Km de A. Ambos autos van a velocidad constante, siguen la misma dirección y el mismo sentido. Si T es el tiempo en que el primer auto da alcance al segundo, entonces T, en minutos, verifica:

La distancia recorrida por el auto 1 es:

$$d = 60 \cdot T$$

La distancia recorrida por el auto 2 es:

$$d = 95 + 40 \cdot T$$

Igualando las dos ecuaciones:

$$60T = 95 + 40T \quad \Rightarrow \quad 20T = 95 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{19}{4}\, Horas = 285\, minutos$$

a) $T < 250$	b) $250 < T < 275$	c) $\mathbf{275 < T < 300}$	d) $T > 300$	e) Ninguno

3. ¿Qué polinomio se debe sumar al polinomio $2x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 18$ de modo que, al dividirlo entre el polinomio $2x^2 + 4$, se obtenga residuo 0?

Ordenando y completando:

$$
\begin{array}{l|l}
\cancel{2x^4} - 4x^3 + 7x^2 + 0x - 18 + P(x) & 2x^2 + 0x + 4 \\ \cline{2-2}
-\cancel{2x^4} - 0x^3 - 4x^2 & x^2 - 2x + \frac{3}{2} \\ \cline{1-1}
\quad -\cancel{4x^3} + 3x^2 + 0x & \\
\quad +\cancel{4x^3} + 0x^2 + 8x & \\ \cline{1-1}
\qquad +\cancel{3x^2} + 8x - 18 & \\
\qquad -\cancel{3x^2} - 0x - 6 & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

$$+8x - 24 + P(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad P(x) = 24 - 8x \quad \Rightarrow \quad P(x) = 8(3 - x)$$

a) 8(1-3x)	b) 8(x+3)	c) 8(3-x)	d) 8(x-3)	e) Ninguno

4. Dada la ecuación $\frac{x^2-4x}{8x-4} = \frac{m-1}{m+1}$, el valor de m para el que sus raíces sean iguales en magnitud, pero de signos contrarios, verifica:

$$\frac{x^2-4x}{8x-4} = \frac{m-1}{m+1} \quad \Rightarrow \quad (m+1)x^2 + (-12m+4)x + 4m - 4 = 0$$

$$a = m + 1 \qquad b = -12m + 4 \qquad c = 4m - 4$$

Por las propiedades de las raíces:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-12m+4}{m+1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{4m-4}{m+1} \\ x_1 = -x_2 \end{cases}$$

Sustituyendo (3) en (1):

$$x_1 + x_2 = -\frac{-12m+4}{m+1} \quad \Rightarrow \quad -x_2 + x_2 = -\frac{-12m+4}{m+1} \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{12m-4}{m+1}$$

$$0 = 12m - 4 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{1}{3}$$

a) $m < \frac{1}{4}$	b) $\frac{1}{4} < m < \frac{2}{4}$	c) $\frac{2}{4} < m < \frac{3}{4}$	d) $m > \frac{3}{4}$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Viernes 2 de Octubre de 2015**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2015 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Hallar la suma $1+11+111\ldots\ldots\ldots+111\ldots1$ si el último sumando es un número de 2014 cifras.

La fórmula del enésimo término comenzando en a_0, está dada por: $a_n=\frac{(10^{n+1}-1)}{9}$

$$a_0=\frac{(10^{0+1}-1)}{9}=1$$

$$a_1=\frac{(10^{1+1}-1)}{9}=11$$

$$a_2=\frac{(10^{2+1}-1)}{9}=111$$

Determinando a_{2013} se tiene:

$$a_{2013}=\frac{(10^{2013+1}-1)}{9}=\frac{10^{2014}-1}{9}$$

La sumatoria de los términos es:

$$S_{2013}=\frac{10^1-1}{9}+\frac{10^2-1}{9}+\frac{10^3-1}{9}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{10^{2014}-1}{9}$$

$$S_{2013}=\frac{1}{9}(10^1-1+10^2-1+10^3-1\ldots\ldots\ldots..+10^{2014}-1)$$

$$S_{2013}=\frac{1}{9}(10^1+10^2+10^3+.\ldots\ldots.+10^{2014}-2014)$$

Por progresión geométrica:

$$10^1+10^2+10^3+.\ldots\ldots.+10^{2014}$$

$a_1=10^1$ $\quad a_n=10^{2014}$ $\quad r=10$ $\quad s_n=?$

$$S_n=\frac{a_1-r\cdot a_n}{1-r}\quad\Rightarrow\quad S_n=\frac{10-10\cdot10^{2014}}{1-10}\quad\Rightarrow\quad S_n=\frac{10^{2015}-10}{9}$$

Entonces:

$$S_{2013}=\frac{1}{9}(10^1+10^2+10^3+.\ldots\ldots.+10^{2014}-2014)\quad\Rightarrow\quad S_{2013}=\frac{1}{9}\left(\frac{10^{2015}-10}{9}-2014\right)$$

a) $\boldsymbol{\frac{1}{9}\left(\frac{10^{2105}-10}{9}-2014\right)}$ b) $\frac{1}{9}\left(\frac{10^{2106}-10}{9}-2015\right)$ c) $\frac{1}{9}\left(\frac{10^{2107}-10}{9}-2016\right)$ d) $\frac{1}{9}\left(\frac{10^{2107}-10}{9}-2018\right)$ e) Ninguno

2. Sean $(x.y.z)$ las soluciones del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=5 \\ x^2+y^2+z^2=3^2 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Hallar la suma $x^3+y^3+z^3$

Elevando miembro a miembro al cuadrado la ecuación (1):

$$(x+y+z)^2=25 \quad \Rightarrow \quad x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz=25$$

Sustituyendo la ecuación (2):

$$x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz=25 \quad \Rightarrow \quad 9+2xy+2xz+2yz=25$$

$$2xy+2xz+2yz=16 \qquad (4)$$

Desarrollando la ecuación (3):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{xy+xz+yz}{xyz}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad xyz=2xy+2xz+2yz$$

Sustituyendo la ecuación (4):

$$xyz=16 \qquad (5)$$

En (1):

$$x+y+z=5 \quad \Rightarrow \quad x+y=5-z \quad //(\quad)^2 \quad \Rightarrow \quad (x+y)^2=(5-z)^2$$

$$x^2+2xy+y^2=25-10z+z^2$$

$$9-z^2+2\cdot\frac{16}{z}=25-10z+z^2 \quad \Rightarrow \quad 9z-z^3+32=25z-10z^2+z^3$$

$$z^3-5z^2+8z-16=0$$

Factorizando:

$$(z-4)(z^2-z+4)=0$$

$$z=4$$

Reemplazando este valor se tiene:

$$x+y=1 \quad (6) \qquad x\cdot y=4$$

Elevando miembro a miembro la ecuación (6):

$$(x+y)^3=1^3 \quad \Rightarrow \quad x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=1$$

$$x^3+3xy(x+y)+y^3=1 \quad \Rightarrow \quad x^3+3\cdot4\cdot1+y^3=1 \quad \Rightarrow \quad x^3+y^3=-11$$

Determinando $x^3+y^3+z^3=-11+4^3=53$

a) $\frac{53}{2}$	b) -29	c) $-\frac{29}{2}$	d) $\mathbf{53}$	e) Ninguno

3. Hallar el valor de y (distinto de uno) en el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a^x b^y = ab \\ 2\log_a x = \log_{\frac{1}{b}} y \cdot \log_{\sqrt{a}} b \end{cases}$$

$$2\log_a x = \log_{\frac{1}{b}} y \cdot \log_{\sqrt{a}} b \quad \Rightarrow \quad \log_a x^2 = \log_{b^{-1}} y \cdot \log_{a^{\frac{1}{2}}} b \quad \Rightarrow \quad \frac{\log_a x^2}{\log_a b^2} = \log_b y^{-1}$$

$$\log_{b^2} x^2 = \log_b y^{-1} \quad \Rightarrow \quad \log_b x = \log_b y^{-1} \quad \Rightarrow \quad x = y^{-1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{y}$$

Sustituyendo en (1):

$$a^x b^y = ab \quad \Rightarrow \quad a^{\frac{1}{y}} b^y = ab \quad \Rightarrow \quad \frac{a^{\frac{1}{y}}}{a} = \frac{b}{b^y} \quad \Rightarrow \quad a^{\frac{1}{y}-1} = b^{1-y}$$

$$a^{\frac{\cancel{1-y}}{y}} = b^{\cancel{1-y}} \quad \Rightarrow \quad a^{\frac{1}{y}} = b$$

Aplicando logaritmo en base "a" miembro a miembro:

$$\log_a a^{\frac{1}{y}} = \log_a b \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{y} = \log_a b \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{\log_a b} \quad \Rightarrow \quad y = \log_b a$$

a) $\boldsymbol{\log_b a}$	b) $\log_x a$	c) $\log_a x$	d) $\log_a b$	e) Ninguno

4. Hallar el coeficiente de x^8 en el desarrollo $(1 + x^2 - x^3)^9$

Agrupando adecuadamente para mostrar el trinomio como un binomio:

$$[1 + (x^2 - x^3)]^9$$

$$\binom{9}{0} 1^9 + \binom{9}{1} 1^8 (x^2 - x^3)^1 + \binom{9}{2} 1^7 (x^2 - x^3)^2 + \binom{9}{3} 1^6 (x^2 - x^3)^3 + \binom{9}{4} 1^5 (x^2 - x^3)^4 \ldots\ldots\ldots$$

Los términos que contienen x^8 son: $\binom{9}{3} 1^6 (x^2 - x^3)^3 + \binom{9}{4} 1^5 (x^2 - x^3)^4$

$$\binom{9}{3} 1^6 (x^2 - x^3)^3 = \binom{9}{3} (x^6 - 3x^4 \cdot x^3 + 3x^2 \cdot x^6 - x^9)$$

El término que contiene x^8 es: $\binom{9}{3} 3x^2 \cdot x^6 = 3\binom{9}{3} x^8$

$$\binom{9}{4} 1^5 (x^2 - x^3)^4 = \binom{9}{4} (x^8 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

El término que contiene x^8 es: $\binom{9}{4} x^8$

El coeficiente de x^8 es: $3\binom{9}{3} + \binom{9}{4}$

a) $3\binom{9}{4} + \binom{9}{5}$	b) $\mathbf{3\binom{9}{3} + \binom{9}{4}}$	c) $\binom{9}{3} + 3\binom{9}{4}$	d) $\binom{9}{4} + 3\binom{9}{5}$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Miercoles 21 de Octubre de 2015**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

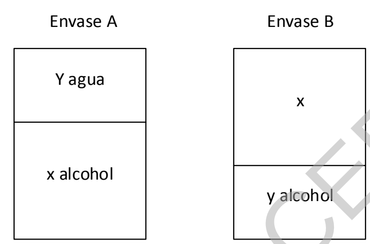
EXAMEN DE INGRESO 2-2015 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Dos recipientes iguales de 30 litros de capacidad cada uno, contienen en total 30 litros de alcohol. El primer recipiente se llena hasta los bordes con agua y con la mezcla obtenida se rellena adicionalmente el segundo recipiente. Luego del segundo recipiente se echan al primero 12 litros de la nueva mezcla. ¿Cuánto alcohol había al principio en cada recipiente, si al final en el segundo hay 2 litros de alcohol menos que el primero?

$x \longrightarrow litros\ de\ alcohol\ en\ el\ primer\ recipiente \quad y \longrightarrow litros\ de\ alcohol\ en\ el\ segundo\ recipiente$

Como en total hay 30 litros, se tiene: $x + y = 30 \quad (1)$



La proporción de alcohol en el envase 1: $\frac{x}{30}$

Cantidad de alcohol para el segundo envase: $x \cdot \frac{x}{30} = \frac{x^2}{30}$

Lo que queda en el primer envase es: $x - \frac{x^2}{30} = \frac{30x - x^2}{30}$

Cantidad de alcohol en el segundo envase: $y + \frac{x^2}{30} = \frac{30y + x^2}{30}$

Porcentaje de alcohol en el envase 2: $\frac{\frac{30y+x^2}{30}}{30} = \frac{30y+x^2}{900}$

Como se pasan 12 litros: $12 \cdot \frac{30y+x^2}{900} = \frac{30y+x^2}{75}$

Esto se pasa al envase 1, por lo que en el envase 1 queda: $\frac{30x-x^2}{30} + \frac{30y+x^2}{75}$

En el envase 2 queda: $\frac{30y+x^2}{30} - \frac{30y+x^2}{75}$

Si al final en el segundo hay 2 litros de alcohol menos que el primero, se tiene:

$$\frac{30x - x^2}{30} + \frac{30y + x^2}{75} = \frac{30y + x^2}{30} - \frac{30y + x^2}{75} + 2 \qquad (2)$$

Resolviendo la ecuación (1) y (2): $x = 20 \qquad y = 10$

A) 25 y 5 litros	B) **20 y 10 litros**	C) 15 y 15 litros	D) 12 y 18 litros	E) Ninguno

2. La siguiente expresión: $a^2\frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}+b^2\frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(b-a)}+c^2\frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)}$ es igual a:

$$a^2\frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}+b^2\frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(b-a)}+c^2\frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)} \quad\Rightarrow\quad a^2\frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}-b^2\frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(a-b)}+c^2\frac{(d-a)(d-b)}{(a-c)(b-c)}$$

$$\frac{a^2(d-b)(d-c)(b-c)-b^2(a-c)(d-c)(d-a)+c^2(a-b)(d-a)(d-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$ c

$$\frac{a^2d^2(b-c)+b^2d^2(c-a)+c^2d^2(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} \quad\Rightarrow\quad \frac{d^2(a^2b-a^2c+b^2c-ab^2+ac^2-bc^2)}{(a-b)(a-c)(b-c)} \Rightarrow \frac{d^2(a-b)(a-c)(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$d^2$$

a) $2d^2$	b) $\boldsymbol{d^2}$	c) $2b^2$	d) b^2	e) Ninguno

3. Si $a=2(\log 7-\log 5)$ y $b=3\left(\frac{1}{2}\log 9-\frac{1}{3}\log 8\right)$ entonces:

$$a=2(\log 7-\log 5) \quad\Rightarrow\quad a=2\left(\log\frac{7}{5}\right) \quad\Rightarrow\quad a=\log\left(\frac{7}{5}\right)^2 \quad\Rightarrow\quad a=\log\frac{49}{25}$$

$$b=3\left(\frac{1}{2}\log 9-\frac{1}{3}\log 8\right) \quad\Rightarrow\quad b=3\left(\log 9^{\frac{1}{2}}-\log 8^{\frac{1}{3}}\right) \quad\Rightarrow\quad b=3(\log 3-\log 2)$$

$$b=3\left(\log\frac{3}{2}\right) \quad\Rightarrow\quad b=\log\left(\frac{3}{2}\right)^3 \quad\Rightarrow\quad b=\log\frac{27}{8}$$

$$\log\frac{49}{25}<\log\frac{27}{8}$$

a) *a es menor a b*	b) a es mayor a b	c) *a es igual a b*	d) *a no se puede comparar con b*	e) Ninguno

4. En la progresión geométrica $a_1, a_2, a_3 \ldots \ldots ....$ se conocen los términos $a_{m+n}=12\ y\ \ a_{m-n}=3$. Halla el valor de a_m.

$$\frac{a_m}{a_{m-n}}=\frac{a_{m+n}}{a_m} \quad\Rightarrow\quad \frac{a_m}{3}=\frac{12}{a_m} \quad\Rightarrow\quad a_m^2=36 \quad\Rightarrow\quad a_m=6$$

a) 5	b) 6	c) 7	d) 8	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Martes 23 de Febrero de 2016**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2016 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Si a y b son constantes, se tiene que las raíces de la ecuación: $x^2 + ax + b = 0$ son los cuadrados de las raíces de la ecuación: $2x^2 + x - 6 = 0$. Hallar $|4a + b|$

$2x^2 + x - 6 = 0$

Factorizando:

$(2x - 3)(x + 2) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$$x = \frac{3}{2} \qquad x = -2$$

Para la primera ecuación se tiene que las raíces son los cuadrados de la segunda ecuación:

$$x_1 = \frac{9}{4} \qquad x_2 = 4$$

Formando la ecuación se tiene: $\left(x - \frac{9}{4}\right)(x - 4) = 0$

$$x^2 - 4x - \frac{9}{4}x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x^2 - 25x + 36 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - \frac{25}{4}x + 9 = 0$$

$$a = -\frac{25}{4} \qquad b = 9$$

Entonces $|4a + b|$ es:

$$|4a + b| \quad \Rightarrow \quad \left|4\left(-\frac{25}{4}\right) + 9\right| \quad \Rightarrow \quad |-25 + 9| \quad \Rightarrow \quad 16$$

a) 4	b) 8	c) **16**	d) 32	e) Ninguno

2. Mónica y Karen fueron contratadas para pintar las habitaciones de una casa. Si trabajan juntas, las mujeres pueden pintar la casa en dos tercios del tiempo en que tardaría Karen, trabajando ella sola. Si Mónica, trabajando sola, tarda 6 h en pintar la casa. ¿Cuántas horas tarda Karen en pintar la casa si trabaja sola?

$x \longrightarrow tiempo\ que\ tarda\ Karen\ en\ pintar\ la\ casa\ sola$

$z \longrightarrow tiempo\ en\ que\ pintan\ juntas$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{z} \qquad (1)$$

$$z = \frac{2}{3}x \qquad (2)$$

(2) en (1):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{z} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\frac{2}{3}x} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{3}{2x} \quad \Rightarrow \quad \frac{6+x}{\cancel{6x}}=\frac{9}{\cancel{6x}}$$

$x = 3$

a) 2	b) **3**	c) 4	d) 5	e) Ninguno

3. Un equipo de beisbol juega en un estadio que aloja 55000 espectadores. Con el precio del boleto a 10 dólares, la asistencia promedio en juegos recientes ha sido 27000. Un estudio de mercado indica que por cada dólar que se reduce al precio del boleto, la asistencia se incrementa en 3000. Encuentre el precio en dólares que maximiza el ingreso por la venta de boletos.

$x_1 = 10 \qquad y_1 = 27000$

$x_2 = 9 \qquad y_2 = 30000$

Aplicando la ecuación de la recta que pasa por dos puntos:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{y-27000}{x-10}=\frac{30000-27000}{9-10} \quad \Rightarrow \quad \frac{y-27000}{x-10}=\frac{3000}{-1}$$

$$-y+27000 = 3000x-30000 \quad \Rightarrow \quad y = 57000-3000x \quad (1)$$

El ingreso está dado por:

$$I = precio \cdot cantidad \quad \Rightarrow \quad I = x \cdot y$$

Sustituyendo (1):

$$I = x\cdot(57000-3000x) \quad \Rightarrow \quad I = 57000x-3000x^2$$

Para maximizar se deriva y se iguala a cero:

$$I^{|} = 57000-6000x = 0$$

$$6000x = 57000 \quad \Rightarrow \quad x = 9{,}5\ dólares$$

a) 6.5	b) 7.5	c) 8.5	d) **9.5**	e) Ninguno

4. Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función

$$P = \frac{10}{1+4e^{-0,8t}}$$

donde P es el número de peces en miles y t se mide en años desde que se aprovisionó el lago. ¿Hallar el tiempo en años de modo de que la población de peces sea 5000?

Datos:

$P = 5000$ pero como el número de peces está en miles, $P = 5$

$t = ?$

$$P = \frac{10}{1+4e^{-0,8t}} \quad \Rightarrow \quad 5 = \frac{10}{1+4e^{-0,8t}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{1+4e^{-0,8t}}$$

$$1 + 4e^{-0,8t} = 2 \quad \Rightarrow \quad 4e^{-0,8t} = 1 \quad \Rightarrow \quad e^{-0,8t} = \frac{1}{4}$$

Aplicando logaritmo natural en ambos lados de la ecuación:

$$\ln e^{-0,8t} = \ln \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad -0,8t \cdot \ln e = \ln \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad -0,8t = \ln \frac{1}{4}$$

$$-0,8t = \ln 4^{-1} \quad \Rightarrow \quad -0,8t = -\ln 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{5}t = \ln 4 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{5}{4}\ln 4$$

a) $\boldsymbol{\frac{5}{4}\ln 4}$	b) $\frac{4}{5}\ln 4$	c) $\frac{4}{5}\ln 5$	d) $\frac{5}{3}\ln 4$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves, 10 de Marzo de 2016**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2016 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Un plomero y su ayudante trabajan juntos para reemplazar la tubería de una casa vieja. El plomero gana 45 dólares por hora de su trabajo y su ayudante gana 25 dólares por hora. El plomero trabaja el doble del tiempo que su ayudante y el cargo final por mano de obra trabajada es de 4025 dólares. ¿Cuánto tiempo trabajó el plomero en esta casa?

$x \longrightarrow tiempo\ en\ horas\ que\ trabaja\ el\ plomero$

$y \longrightarrow tiempo\ en\ horas\ que\ trabaja\ el\ ayudante$

$$\begin{cases} 45x + 25y = 4025 \\ \quad x = 2y \end{cases}$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$45x + 25y = 4025 \quad \Rightarrow \quad 45(2y) + 25y = 4025 \quad \Rightarrow \quad 90y + 25y = 4025$$

$$115y = 4025 \quad \Rightarrow \quad y = 35\ horas$$

Reemplazando en (2):

$$x = 2y \quad \Rightarrow \quad x = 2 \cdot 35 \quad \Rightarrow \quad x = 70\ horas$$

a) 140	b) 105	c) **70**	d) 35	e) Ninguno

2. Mary tiene 3 dólares en monedas de 5, 10 y 25 centavos de dólar. Si tiene el doble de monedas de 10 centavos que de monedas de 25 y tiene cinco monedas más de 5 centavos que de 10 centavos, ¿Cuántas monedas de 10 centavos tiene?

$x \longrightarrow Número\ de\ monedas\ de\ 10\ ctvs$

$\frac{x}{2} \longrightarrow Número\ de\ monedas\ de\ 25\ ctvs$

$x + 5 \longrightarrow Número\ de\ monedas\ de\ 5\ ctvs$

$$10x + 25\left(\frac{x}{2}\right) + 5(x+5) = 300$$

$$10x + \frac{25x}{2} + 5x + 25 = 300 \quad \Rightarrow \quad \frac{20x+25x+10x+50}{\cancel{2}} = \frac{600}{\cancel{2}} \quad \Rightarrow \quad 55x = 550$$

$x = 10\ monedas\ de\ 10\ ctvs.$

a) 5	b) **10**	c) 15	d) 20	e) Ninguno

3. Mónica y Karen fueron contratadas para pintar las habitaciones de una casa. Si trabajan juntas, las mujeres pueden pintar la casa en dos tercios del tiempo en que tardaría Karen, trabajando ella sola. Si Mónica, trabajando sola, tarda 6 h en pintar la casa. ¿Cuántas horas tarda Karen en pintar la casa si trabaja sola?

$x \longrightarrow tiempo\ que\ tarda\ Karen\ en\ pintar\ la\ casa\ sola$

$z \longrightarrow tiempo\ en\ que\ pintan\ juntas$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{z} \quad (1)$

$z=\frac{2}{3}x \quad (2)$

(2) en (1):

$\frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{z} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{\frac{2}{3}x} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{3}{2x} \quad \Rightarrow \quad \frac{6+x}{\cancel{6x}}=\frac{9}{\cancel{6x}}$

$x=3$

a) 2	b) **3**	c) 4	d) 5	e) Ninguno

4. Encuentre la inversa de la función $f(x)=\frac{2^x}{1+2^x}$

$f(x)=\frac{2^x}{1+2^x} \quad \Rightarrow \quad y=\frac{2^x}{1+2^x}$

Despejando "x":

$y=\frac{2^x}{1+2^x} \quad \Rightarrow \quad y(1+2^x)=2^x \quad \Rightarrow \quad y+y\cdot 2^x=2^x \quad \Rightarrow \quad 2^x-y\cdot 2^x=y$

$2^x(1-y)=y \quad \Rightarrow \quad 2^x=\frac{y}{1-y} \quad \Rightarrow \quad log_2 2^x=log_2\frac{y}{1-y}$

$x=log_2\frac{y}{1-y}$

$\boldsymbol{x \longrightarrow y \qquad y \longrightarrow x}$

$y=log_2\frac{x}{1-x}$

a) $f^{-1}(x)=log_2\frac{x}{1+x}$	b) $f^{-1}(x)=log_2\frac{2x}{1-x}$	c) $f^{-1}(x)=log_2\frac{x}{1-2x}$	d) $\boldsymbol{f^{-1}(x)=log_2\frac{x}{1-x}}$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves, 31 de Marzo de 2016**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2016 (tercera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Oscar y Ana son vecinos y utilizan mangueras de las dos casas para llenar la piscina de Oscar. Ya saben que se requieren 18h si se usan ambas mangueras. También saben que, si se usa la manguera de Oscar, se tarda 20% menos de tiempo que cuando se utiliza la manguera de Ana sola. ¿Cuánto tiempo requiere Oscar para llenar la piscina utilizando solamente su manguera?

$x \longrightarrow Tiempo\ que\ tarda\ la\ manguera\ de\ Oscar$

$y \longrightarrow Tiempo\ que\ tarda\ la\ manguera\ de\ Ana$

$$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18} \\ x=0{,}8\cdot y \end{cases}$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{0{,}8y}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\frac{4}{5}y}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18} \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{4y}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}$$

$$\frac{5+4}{4y}=\frac{1}{18} \quad \Rightarrow \quad \frac{9}{4y}=\frac{1}{18} \quad \Rightarrow \quad y=\frac{81}{2}$$

Reemplazando en (1):

$$x=\frac{4}{5}\cdot\frac{81}{2} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{162}{5} \quad \Rightarrow \quad x=32{,}4\ horas$$

A) 20.5h	B) **32.4h**	C) 40.5h	D) 50.2h	e) Ninguno

2. Se tiene previsto que una caja abierta con una base cuadrada tenga volumen de 12 cm^3. Encuentre la altura que tiene que tener la caja para reducir al mínimo la cantidad de material empleado.

El volumen de la caja es: $V=a\cdot b\cdot c$

Como la base es cuadrada: $V=a\cdot b^2 \quad \Rightarrow \quad 12=a\cdot b^2 \qquad a \longrightarrow altura\ de\ la\ caja$

$$a=\frac{12}{b^2} \qquad (1)$$

El área es: $A=b^2+4ab$

Sustituyendo (1):

$$A=b^2+4ab \quad \Rightarrow \quad A=b^2+4\left(\frac{12}{b^2}\right)b \quad \Rightarrow \quad A=b^2+\frac{48}{b}$$

Derivando e igualando a cero para minimizar: $A^{|}=2b-\frac{48}{b^2}=0$

$2b - \frac{48}{b^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2b = \frac{48}{b^2} \quad \Rightarrow \quad 2b^3 = 48 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[3]{24} \quad \Rightarrow \quad b = 2\sqrt[3]{3}$

Reemplazando en (1):

$a = \frac{12}{b^2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{12}{\left(2\sqrt[3]{3}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{12}{4\sqrt[3]{3^2}} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3}{\sqrt[3]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3\sqrt[3]{81}}{9}$

$a = \frac{\sqrt[3]{3^4}}{3} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt[3]{3}$

a) $\sqrt[3]{3}$	b) $2\sqrt[3]{3}$	c) $3\sqrt[3]{3}$	d) $4\sqrt[3]{3}$	e) Ninguno

3. Encuentre el número de ceros reales (distintos) del polinomio:

$P(x) = 2x^5 - 3x^4 - 16x^3 + 24x^2 + 32x - 48$

Factorizando por Ruffini: $2x^5 - 3x^4 - 16x^3 + 24x^2 + 32x - 48$

$(x-2)^2(x+2)^2(2x-3) = 0$

$x = 2 \qquad x = -2 \qquad x = \frac{3}{2} \qquad (3\ raices\ distintas$

a) 1	b) 2	c) 3	d) 4	e) Ninguno

4. Encuentre el número de ceros reales (distintos) de la expresión exponencial: $2e^{2x} + 4e^x - 6$

Factorizando: $2(e^{2x} + 2e^x - 3) \quad \Rightarrow \quad 2(e^x + 3)(e^x - 1)$

Igualando cada paréntesis a cero:

$e^x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad e^x = -3 \quad (no\ tiene\ solución)$

$e^x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad e^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad (una\ solución)$

a) 1	b) 2	c) 3	d) 4	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Miercoles, 10 de agosto de 2016**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2016 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Si $r\ y\ s$ son raíces reales de la ecuación $x^2 + bx + c = 0$ y si $r - k, s - k$ son las raíces reales de la ecuación $x^2 + px + q = 0$, hallar k tal que $p = 0$

Aplicando las propiedades de las raíces:

Para la ecuación (1):

$$r + s = -\frac{b}{1} \quad \Rightarrow \quad r + s = -b \qquad (1)$$

$$r \cdot s = \frac{c}{1} \quad \Rightarrow \quad r \cdot s = c \qquad (2)$$

Para la ecuación (2):

$$r - k + s - k = -\frac{p}{1} \quad \Rightarrow \quad r + s - 2k = -p \qquad (3)$$

$$(r - k)(s - k) = q \qquad (4)$$

Como $p = 0$ se tiene:

$$r + s - 2k = 0 \qquad (5)$$

(1) en (5):

$$r + s - 2k = 0 \quad \Rightarrow \quad r + s = 2k \quad \Rightarrow \quad -b = 2k \quad \Rightarrow \quad k = -\frac{b}{2}$$

Desarrollando (4):

$$rs - rk - sk + k^2 = q \quad \Rightarrow \quad rs - k(r + s) + k^2 = q \quad \Rightarrow \quad c - k(2k) + k^2 = q$$

$$-2k^2 + k^2 = q - c \quad \Rightarrow \quad k^2 = c - q \quad \Rightarrow \quad k = \sqrt{c - q}$$

a) $\boldsymbol{\sqrt{c - q}}$	b) $\sqrt{c + q}$	c) $\sqrt{b - p}$	d) $\sqrt{b + p}$	e) Ninguno

2. Hallar la asíntota oblicua de la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{x}$

Las asíntotas oblicuas son rectas que tienen la forma: $y = mx + n$

Donde: $m = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ $\qquad n = \lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - mx]$

Determinando los límites:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} \quad \Rightarrow \quad m = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2 - 2x - 8}{x}}{x} \quad \Rightarrow \quad m = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2}$$

$$m = \lim_{x \to \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{8}{x^2}\right) \quad \Rightarrow \quad m = 1 - \frac{2}{\infty} - \frac{8}{\infty^2} \quad \Rightarrow \quad m = 1 - 0 - 0 \quad \Rightarrow \quad m = 1$$

$$n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx] \quad \Rightarrow \quad n = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{x^2 - 2x - 8}{x} - 1 \cdot x\right] \quad \Rightarrow \quad n = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{x^2 - 2x - 8 - x^2}{x}\right]$$

$$n = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{-2x - 8}{x}\right] \quad \Rightarrow \quad n = \lim_{x \to \infty} \left(-2 - \frac{8}{x}\right) \quad \Rightarrow \quad n = -2 - \frac{8}{\infty} \quad \Rightarrow \quad n = -2$$

Por lo que la asíntota es:

$$y = mx + n \quad \Rightarrow \quad y = x - 2$$

a) $y = x + 2$	b) $y = x + 3$	c) $\boldsymbol{y = x - 2}$	d) $y = x - 3$	e) Ninguno

3. Un fabricante encuentra que el ingreso generado por vender x unidades de cierto artículo está dado por la función $R(x) = 80x - 0{,}4x^2$, donde el ingreso $R(x)$ se mide en dólares. ¿Cuál es el ingreso máximo?

Derivando la función e igualando a cero para maximizar:

$$R(x)^{|} = 80 - 0{,}8x = 0$$

$$80 - 0{,}8x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{80}{0{,}8} \quad \Rightarrow \quad x = 100\ unidades$$

O sea que la cantidad que permite maximizar el ingreso son 100 unidades:

Reemplazando en la función del ingreso:

$$R(x) = 80x - 0{,}4x^2 \quad \Rightarrow \quad R(x) = 80 \cdot 100 - 0{,}4 \cdot 100^2 \quad \Rightarrow \quad R(x) = 4000\ dólares$$

a) 3000	b) 4000	c) 5000	d) 6000	e) Ninguno

4. ¿Cuántos ceros irracionales tiene la ecuación $2x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 6x + 4 = 0$?

Factorizando:

$$2(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 1) = 0$$

Igualando cada paréntesis a cero:

$$x = 1 \qquad x = -2 \qquad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2}$$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (lo que significa que existen 2 raíces irracionales)

a) 0	b) 1	c) 2	d) 4	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Martes, 23 de Agosto de 2016**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2016 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. La población para cierta ciudad fue 112000 en 1998 y la tasa de crecimiento relativa observada es 4% por año ¿En qué año la población llega a 200000?

El 4% de 112000 es:

$$\frac{4}{100}\cdot 112000 = 4480$$

Por lo que el segundo año la población tendrá: 116480

Formando una progresión geométrica: $112000, 116480$

La razón es: $r=\frac{116480}{112000} \quad \Rightarrow \quad r=\frac{26}{25}$

Datos:

$a_1 = 112000 \qquad a_n = 200000 \qquad r=\frac{26}{25}$

Aplicando la fórmula de la P.G.:

$a_n = a_1\cdot r^{n-1} \quad \Rightarrow \quad 200000 = 112000\cdot\left(\frac{26}{25}\right)^{n-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{200000}{112000}=\left(\frac{26}{25}\right)^{n-1}$

$n-1 = 14{,}78 \quad \Rightarrow \quad n = 15{,}78\ años$ o sea el 2013

a) 2004	b) 2008	c) 2012	d) 2016	e) Ninguno

2. ¿Cuántos ceros irracionales tiene la ecuación $x^5-3x^4-9x^3+27x^2+20x-60=0$?

Factorizando por Ruffini:

$(x+2)(x-3)(x-2)(x^2-5)=0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$x=-2 \qquad x=3 \qquad x=2 \qquad x=\pm\sqrt{5}\ (irracionales)$

Existen 2 ceros irracionales.

a) 1	b) 2	c) 3	d) 4	e) Ninguno

3. Encuentre la inversa de la función: $f(x)=\frac{2^x}{1+2^x}$

$f(x)=\frac{2^x}{1+2^x} \quad \Rightarrow \quad y=\frac{2^x}{1+2^x}$

Despejando “x”:

$y = \frac{2^x}{1+2^x} \quad \Rightarrow \quad y(1+2^x) = 2^x \quad \Rightarrow \quad y + y \cdot 2^x = 2^x \quad \Rightarrow \quad 2^x - y \cdot 2^x = y$

$2^x(1-y) = y \quad \Rightarrow \quad 2^x = \frac{y}{1-y} \quad \Rightarrow \quad log_2 2^x = log_2 \frac{y}{1-y}$

$$x = log_2 \frac{y}{1-y}$$

$\boldsymbol{x \longrightarrow y} \qquad \boldsymbol{y \longrightarrow x}$

$$y = log_2 \frac{x}{1-x}$$

a) $\boldsymbol{f^{-1}(x) = log_2 \frac{x}{1-x}}$	b) $f^{-1}(x) = log_2 \frac{2x}{1+x}$	c) $f^{-1}(x) = log_2 \frac{2x}{1-2x}$	d) $f^{-1}(x) = log_2 \frac{x}{1+x}$	e) Ninguno

4. Restringir el dominio de la función $f(x) = 4 - x^2$ para que sea uno a uno y halle la inversa de la función:

Para ser una función uno a uno o inyectiva, cada valor del dominio le corresponde un valor distinto en la imagen. Esto no ocurre en las funciones cuadráticas, para el ejemplo anterior si $x = 1 \; o \; x = -1$ el valor de $f(x)$ es 3 por lo cual no es inyectiva.

Para restringir, se puede utilizar la fórmula del vértice de la parábola: $V_x = -\frac{b}{2a}$

En el ejercicio se tiene que: $a = -1 \quad b = 0 \quad c = 4$

$V_x = -\frac{b}{2a} \quad \Rightarrow \quad V_x = -\frac{0}{2(-1)} \quad \Rightarrow \quad V_x = 0$

Entonces el dominio se restringe: $Dom: x \geq 0$

Para la inversa se despeja la variable “x”:

$f(x) = 4 - x^2 \quad \Rightarrow \quad y = 4 - x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 4 - y \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{4-y}$

Pero como $x \geq 0$, entonces: $x = \sqrt{4-y}$

$x \longrightarrow y \qquad y \longrightarrow x$

$x = \sqrt{4-y} \quad \Rightarrow \quad y = \sqrt{4-x} \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}$

Para determinar

a) $x < 2; f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}$	b) $x > 2; f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}$	c) $x < 0; f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}$	**d)** $\boldsymbol{x \geq 0; f^{-1}(x) = \sqrt{4-x}}$	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Miércoles, 25 de Enero de 2017**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2017 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. En la ecuación logarítmica $log_3x - 2log_{x^2}9 = 1$. ¿Cuál es el valor de x?

$log_3x - 2log_{x^2}9 = 1 \quad \Rightarrow \quad log_3x - 2log_x9^{\frac{1}{2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad log_3x - log_x9^{\frac{2}{2}} = 1$

$log_3x - log_x3^2 = 1$

Aplicando la propiedad 9 de los logaritmos: (ver libro de álgebra preuniversitaria)

$log_3x - \frac{1}{log_{3^2}x} = 1 \quad \Rightarrow \quad log_3x - \frac{1}{log_3x^{\frac{1}{2}}} = 1 \quad \Rightarrow \quad log_3x - \frac{1}{\frac{1}{2}log_3x} = 1$

$\frac{\frac{1}{2}log_3x \cdot log_3x - 1}{\cancel{\frac{1}{2}log_3x}} = \frac{\frac{1}{2}log_3x}{\cancel{\frac{1}{2}log_3x}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}log_3^2x - 1 = \frac{1}{2}log_3x \quad \Rightarrow \quad log_3^2x - 2 = log_3x$

$log_3^2x - log_3x - 2 = 0$

Resolviendo la ecuación logarítmica de segundo grado:

$(log_3x - 2)(log_3x + 1) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$log_3x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad log_3x = 2 \quad \Rightarrow \quad 3^2 = x \quad \Rightarrow \quad x = 9$

$log_3x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad log_3x = -1 \quad \Rightarrow \quad 3^{-1} = x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{3}$

a) 6	b) 9	c) 3	d) 12	e) Ninguno

2. La suma de los 11 términos de una progresión aritmética creciente es 176, la diferencia de los extremos es 30. ¿Cuál es el último término?

Datos:

$S_{11} = 176 \qquad a_{11} - a_1 = 30 \quad (1) \qquad a_{11} = ?$

Aplicando la fórmula de la suma de términos en una P.A.:

$S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{11} = \frac{(a_1+a_{11})\cdot 11}{2} \quad \Rightarrow \quad 176 = \frac{(a_1+a_{11})\cdot 11}{2} \quad \Rightarrow \quad a_1 + a_{11} = 32 \quad (2)$

Resolviendo el sistema (1) y (2):

$$a_{11} - \cancel{a_1} = 30$$

$$\cancel{a_1} + a_{11} = 32$$

$$2a_{11} = 62 \quad \Rightarrow \quad a_{11} = 31$$

a) 11	b) 61	c) 41	**d) 31**	e) Ninguno

3. En la ecuación logarítmica calcular x, si $log_x 2 * log_{\sqrt{2}} x^3 * log_2 8 = x$

$$log_x 2 * log_{2^{\frac{1}{2}}} x^3 * log_2 8 = x \quad \Rightarrow \quad log_x 2 * log_2 x^6 * log_2 8 = x$$

$$\frac{1}{log_2 x} * log_2 x^6 * 3 = x \quad \Rightarrow \quad \frac{log_2 x^6}{log_2 x} * 3 = x \quad \Rightarrow \quad log_x x^6 * 3 = x$$

$$6 log_x x * 3 = x \quad \Rightarrow \quad 6 * 3 = x \quad \Rightarrow \quad x = 18$$

a) 21	b) 17	c) 18	d) 19	e) Ninguno

4. Calcular x en la ecuación $2^{3^{x-5}} = 8^{9^{x+4}}$

$$2^{3^{x-5}} = 8^{9^{x+4}} \quad \Rightarrow \quad 2^{3^{x-5}} = 2^{3\cdot(9^{x+4})}$$

Bases iguales, exponentes iguales:

$$3^{x-5} = 3\cdot(9^{x+4}) \quad \Rightarrow \quad 3^{x-5} = 3\cdot\left(3^{2(x+4)}\right) \quad \Rightarrow \quad 3^{x-5} = 3\cdot 3^{2x+8} \quad \Rightarrow \quad 3^{x-5} = 3^{2x+9}$$

Bases iguales, exponentes iguales:

$$x - 5 = 2x + 9 \quad \Rightarrow \quad x = -14$$

a) -12	b) 12	c) 14	d) **-14**	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Martes, 21 de Febrero de 2017**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2017 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Un tren emplea cierto tiempo en recorrer 30 Km. Si la velocidad hubiera sido 3 km/h más lenta que la que llevaba hubiera tardado 5 horas más en recorrer dicha distancia. ¿En qué tiempo recorrió los 30 km?

$d = v \cdot t \quad \Rightarrow \quad 30 = v \cdot t \quad \Rightarrow \quad v = \frac{30}{t} \quad (1)$

$30 = (v-3)(t+5) \quad (2)$

Sustituyendo (1) en (2):

$30 = (v-3)(t+5) \quad \Rightarrow \quad 30 = vt + 5v - 3t - 15 \quad \Rightarrow \quad 30 = 30 + 5 \cdot \frac{30}{t} - 3t - 15$

$0 = \frac{150}{t} - 3t - 15 \quad \Rightarrow \quad 0 = 150 - 3t^2 - 15t \quad \Rightarrow \quad t^2 + 5t - 50 = 0$

$(t+10)(t-5) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$t = -10$

$t = 5\ horas$

(A) 3h	(B) 4h	(C) 5h	(D) 6h	e) Ninguno

2. El producto de las tres soluciones o raíces de la ecuación: $6x^3 - 13x^2 - 9x + 10 = 0$, es igual a:

Factorizando por Ruffini:

$(x+1)(2x-5)(3x-2) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$x = -1 \qquad x = \frac{5}{2} \qquad x = \frac{2}{3}$

El producto es: $(-1) \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$

(A) -5/2	(B) -5/3	(C) 5/3	(D) 5/2	e) Ninguno

3. Dada la progresión aritmética 4,13,22,… , la suma de todos los dígitos del término de esta progresión el cual esté más cerca de 2017 es igual a:

Datos:

$d = 13 - 4 = 22 - 13 = 9$

$a_1 = 4$

Si $a_n = 2017$, entonces:

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 2017 = 4 + (n-1)\cdot 9 \quad \Rightarrow \quad 2013 = (n-1)\cdot 9$

Con este valor n no es entero.

Si $a_n = 2016$, entonces:

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 2016 = 4 + (n-1)\cdot 9 \quad \Rightarrow \quad 2012 = (n-1)\cdot 9$

Con este valor n no es entero.

Si $a_n = 2018$, entonces:

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 2018 = 4 + (n-1)\cdot 9 \quad \Rightarrow \quad 2014 = (n-1)\cdot 9$

Con este valor n no es entero.

Si $a_n = 2020$, entonces:

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 2020 = 4 + (n-1)\cdot 9 \quad \Rightarrow \quad 2016 = (n-1)\cdot 9$

$224 = n - 1 \quad \Rightarrow \quad n = 225$ (n es entero)

Entonces el término es 2020 y la suma de sus dígitos es: $2 + 0 + 2 + 0 = 4$

(A) 11	(B) 7	(C) 5	**(D) 4**	e) Ninguno

4. La siguiente ecuación $6^{6x+1} - 5\cdot 6^{3x} + 1 = 0$, tiene dos soluciones, la suma de estas soluciones es igual a:

$6^{6x+1} - 5\cdot 6^{3x} + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 6^{6x}\cdot 6^1 - 5\cdot 6^{3x} + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 6\cdot 6^{6x} - 5\cdot 6^{3x} + 1 = 0$

Realizando un cambio de variable:

$u = 6^{3x} \qquad //(\quad)^2$

$u^2 = 6^{6x}$

Replanteando la ecuación:

$6u^2 - 5u + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad (3u-1)(2u-1) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$u = \frac{1}{3} \qquad u = \frac{1}{2}$

Reemplazando en el cambio de variable:

$$u = 6^{3x} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3} = 6^{3x}$$

Aplicando logaritmo en base 6 a cada miembro:

$$log_6 \frac{1}{3} = log_6 6^{3x} \quad \Rightarrow \quad 3x = log_6 \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{log_6 \frac{1}{3}}{3}$$

$$u = 6^{3x} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = 6^{3x}$$

Aplicando logaritmo en base 6 a cada miembro:

$$log_6 \frac{1}{2} = log_6 6^{3x} \quad \Rightarrow \quad 3x = log_6 \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{log_6 \frac{1}{2}}{3}$$

La suma de las raíces es:

$$\frac{log_6 \frac{1}{3}}{3} + \frac{log_6 \frac{1}{2}}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{log_6 \frac{1}{3} + log_6 \frac{1}{2}}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{log_6 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)}{3}$$

$$\frac{log_6 \frac{1}{6}}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{log_6 6^{-1}}{3} \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{3}$$

(A) -1/3	(B) -1/4	(C) 1/3	(D) 1/2	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Viernes, 3 de Marzo de 2017**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2017 (tercera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Un tren emplea cierto tiempo en recorrer 30 Km. Si la velocidad hubiera sido 2 km/h más rápida que la que llevaba hubiera tardado 4 horas menos en recorrer dicha distancia. ¿En qué tiempo recorrió los 30 km?

$d = v \cdot t \quad \Rightarrow \quad 30 = v \cdot t \quad \Rightarrow \quad v = \frac{30}{t} \quad (1)$

$30 = (v+2)(t-4) \quad (2)$

Sustituyendo (1) en (2):

$30 = (v+2)(t-4) \quad \Rightarrow \quad 30 = vt - 4v + 2t - 8 \quad \Rightarrow \quad 30 = 30 - 4 \cdot \frac{30}{t} + 2t - 8$

$0 = -\frac{120}{t} + 2t - 8 \quad \Rightarrow \quad 0 = -120 + 2t^2 - 8t \quad \Rightarrow \quad t^2 - 4t - 60 = 0$

$(t-10)(t+6) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$t = 10$ horas

$t = -6$

(A) 8h	(B) 9h	(C) 10h	(D) 12h	e) Ninguno

2. El producto de las tres soluciones o raíces de la ecuación: $8x^3 + 12x^2 - 2x - 3 = 0$, es igual a:

Factorizando por factor común por agrupación:

$8x^3 + 12x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x^2(2x+3) - (2x+3) = 0$

$(2x+3)(4x^2-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad (2x+3)(2x+1)(2x-1) = 0$

$x = -\frac{3}{2} \qquad x = -\frac{1}{2} \qquad x = \frac{1}{2}$

El producto es: $\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$

(A) -3/8	(B) 5/8	(C) -5/8	(D) 3/8	e) Ninguno

3. Dada la progresión aritmética 3,7,11,… , la suma de todos los dígitos del primer término de esta progresión el cual sea mayor que 2017 es igual a:

Datos:

$d = 4 \qquad a_1 = 3$

Si $a_n = 2018 \quad \Rightarrow \quad a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 2018 = 3 + (n-1)\cdot 4$

$2015 = (n-1)\cdot 4$ (n no es entero)

Si $a_n = 2019 \quad \Rightarrow \quad a_n = a_1 + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 2019 = 3 + (n-1)\cdot 4$

$2016 = (n-1)\cdot 4 \quad \Rightarrow \quad 504 = n - 1 \quad \Rightarrow \quad n = 505$

Con lo cual el primer término mayor a 2017 es 2019.

La suma de los dígitos es: $2 + 0 + 1 + 9 = 12$

(A) 9	(B) 10	(C) 11	**(D) 12**	e) Ninguno

4. La siguiente ecuación $8^{6x} - 3\cdot 2^{9x+1} + 8 = 0$, tiene dos soluciones, la suma de estas soluciones es igual a:

$8^{6x} - 3\cdot 2^{9x+1} + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2^{3(6x)} - 3\cdot 2^{9x}\cdot 2^1 + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2^{18x} - 6\cdot 2^{9x} + 8 = 0$

$(2^{9x} - 4)(2^{9x} - 2) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$2^{9x} - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2^{9x} = 2^2 \quad \Rightarrow \quad 9x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{9}$

$2^{9x} - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2^{9x} = 2 \quad \Rightarrow \quad 9x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{9}$

La suma de las soluciones es:

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

(A) -1/3	(B) -1/4	**(C) 1/3**	(D) 1/2	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Miércoles, 14 de Junio de 2017**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2017 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Mario compró cierto número de libros idénticos por 600 bs. Si hubiera comprado ¼ menos del número de libros que compró por el mismo dinero, cada libro le habría costado 2 bs. más, entonces con el costo original de cada libro, cinco libros le costarían:

$x \longrightarrow Costo\ de\ cada\ libro$

$y \longrightarrow número\ de\ libros$

$$\begin{cases} x \cdot y = 600 \\ \frac{3}{4}y(x+2) = 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \cdot y = 600 & (1) \\ \frac{3}{4}xy + \frac{3}{2}y = 600 & (2) \end{cases}$$

Sustituyendo (1) en (2):

$\frac{3}{4}xy + \frac{3}{2}y = 600 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{4} \cdot 600 + \frac{3}{2}y = 600 \quad \Rightarrow \quad 450 + \frac{3}{2}y = 600$

$900 + 3y = 1200 \quad \Rightarrow \quad y = 100\ libros$

Reemplazando en (1):

$x \cdot y = 600 \quad \Rightarrow \quad x \cdot 100 = 600 \quad \Rightarrow \quad x = 6\ bs.$

Entonces 5 libros costarían: $6 \cdot 5 = 30\ bs$

(A) 40	(B) 35	**(C) 30**	(D) 25	e) Ninguno

2. Andrés le dice a María: "yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes. Si la suma de nuestras edades actuales es 42 años. ¿Cuál es la suma de nuestras edades cuando tengas la edad que yo tengo?"

$x \longrightarrow edad\ actual\ de\ Andrés$

$y \longrightarrow edad\ actual\ de\ María$

$$\begin{cases} x = 2\big(y - (x - y)\big) \\ x + y = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\big(y - (x - y)\big) \\ x + y = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2(y - x + y) \\ x + y = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4y - 2x \\ x + y = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ x + y = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{3x} - 4y = 0 \\ -\cancel{3x} - 3y = -126 \end{cases}$$

$-7y = -126 \quad \Rightarrow \quad y = 18$

Reemplazando en (2):

$x + y = 42 \quad \Rightarrow \quad x + 18 = 42 \quad \Rightarrow \quad x = 24$

La suma de nuestras edades cuando tengas la edad que yo tengo será dentro de 6 años, con lo cual las edades serían 24 y 30 años, la suma es: $24 + 30 = 54$

(A) 52	**(B) 54**	(C) 64	(D) 60	e) Ninguno

3. Sean a y b las raíces de la ecuación $\frac{5^{x^2+4x}}{25 \cdot 5^{3x}} = \frac{5^4}{5^{-2(x+3)}}$, entonces $a^2 + b^2$ es igual a:

$\frac{5^{x^2+4x}}{25 \cdot 5^{3x}} = \frac{5^4}{5^{-2(x+3)}} \quad \Rightarrow \quad \frac{5^{x^2+4x}}{5^2 \cdot 5^{3x}} = \frac{5^4}{5^{-2x-6}} \quad \Rightarrow \quad 5^{x^2+4x-2-3x} = 5^{4+2x+6}$

$5^{x^2+x-2} = 5^{2x+10}$

Bases iguales, exponentes iguales:

$x^2 + x - 2 = 2x + 10 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 12 = 0$

$(x - 4)(x + 3) = 0$

$x = 4 \qquad x = -3$

$a^2 + b^2 = 4^2 + (-3)^2 = 25$

(A) 18	(B) 16	(C) 17	(D) 15	e) Ninguno

4. Sea x la solución de la siguiente ecuación: $log_x\left(\frac{12 - log_6(x)}{log_6(x)}\right) = \frac{1}{log_3(x)}$, entonces la suma de todos los dígitos de x es igual a:

$log_x\left(\frac{12 - log_6(x)}{log_6(x)}\right) = \frac{1}{log_3(x)} \quad \Rightarrow \quad \cancel{log_x}\left(\frac{12 - log_6(x)}{log_6(x)}\right) = \cancel{log_x}3 \quad \text{(antilogaritmo)}$

$\frac{12 - log_6(x)}{log_6(x)} = 3 \quad \Rightarrow \quad 12 - log_6(x) = 3 \cdot log_6(x) \quad \Rightarrow \quad 12 = 4 \cdot log_6 x$

$3 = log_6 x \quad \Rightarrow \quad 6^3 = x \quad \Rightarrow \quad x = 216$

La suma de todos los dígitos es: $2 + 1 + 6 = 9$

(A) 10	**(B) 9**	(C) 8	(D) 12	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Viernes, 7 de Julio de 2017**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2017 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

1. Una persona hace las 3/5 partes de un viaje en tren, los 7/8 del resto en coche y los 26 Km. que quedan en bicicleta. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?

$x \longrightarrow Todo\ el\ recorrido$

$$x = \frac{3}{5}x + \frac{7}{8}\cdot\left(\frac{2}{5}x\right) + 26$$

$x = \frac{3}{5}x + \frac{7}{8}\cdot\left(\frac{2}{5}x\right) + 26 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{5}x + \frac{7}{20}x + 26 \quad \Rightarrow \quad 20x = 12x + 7x + 520$

$x = 520\ km$

(A) 518	(B) 519	**(C) 520**	(D) 521	e) Ninguno

2. Un estudiante se propone el primer día de un mes de 31 días, repasar matemáticas durante todo ese mes, resolviendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el décimo día resolvió 22 ejercicios, ¿cuántos ejercicios habrá resuelto en total al cabo del mes?

Se trata de una progresión aritmética:

Datos:

$d = 2 \qquad n = 31 \qquad a_{10} = 22$

Determinando el primer término y el término 31:

$a_{10} = a_1 + 9d \quad \Rightarrow \quad 22 = a_1 + 9\cdot 2 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 4$

$a_{31} = a_1 + 30d \quad \Rightarrow \quad a_{31} = 4 + 30\cdot 2 \quad \Rightarrow \quad a_{31} = 64$

Determinando la suma de los 31 días:

$S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{31} = \frac{(a_1+a_{31})\cdot 31}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{31} = \frac{(4+64)\cdot 31}{2}$

$S_{31} = 1054$

(A) 1052	(B) 1053	**(C) 1054**	(D) 1055	e) Ninguno

3. Pedro pensando en lo rápido que pasa el tiempo, reflexiona como sigue, dentro de 11 años, mi edad será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Halle la suma de los dígitos del año en que nació Pedro. Esta reflexión la hace Pedro en el presente año.

$x \longrightarrow edad\ actual\ de\ Pedro$

$$x + 11 = \frac{1}{2}(x - 13)^2$$

$x + 11 = \frac{1}{2}(x - 13)^2 \quad \Rightarrow \quad x + 11 = \frac{1}{2}(x^2 - 26x + 169) \quad \Rightarrow \quad 2x + 22 = x^2 - 26x + 169$

$x^2 - 28x + 147 = 0$

$(x - 21)(x - 7) = 0$

Igualando cada paréntesis a cero:

$x = 21 \qquad x = 7\ (solución\ incorrecta)$

Actualmente es el año 2017, con lo cual el año que nació Pedro es el año $2017 - 21 = 1996$

La suma de los dígitos es: $1 + 9 + 9 + 6 = 25$

(A) 24	**(B) 25**	(C) 26	(D) 27	e) Ninguno

4. Dada la ecuación: $3 - \log(125) = (x^2 - 5x + 9)\log(2)$, entonces la suma de las raíces de esta ecuación es:

$3 - \log(125) = (x^2 - 5x + 9)\log(2) \quad \Rightarrow \quad 3 - \log(125) = \log 2^{x^2-5x+9}$

$3 = \log 2^{x^2-5x+9} + \log 125 \quad \Rightarrow \quad 3 = \log\left(125 \cdot 2^{x^2-5x+9}\right)$

$10^3 = 125 \cdot 2^{x^2-5x+9} \quad \Rightarrow \quad 8 = 2^{x^2-5x+9} \quad \Rightarrow \quad 2^3 = 2^{x^2-5x+9}$

$3 = x^2 - 5x + 9 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x - 3)(x - 2) = 0$

$x = 3 \qquad x = 2$

La suma de las raíces es: $3 + 2 = 5$

(A) 4	**(B) 5**	(C) 6	(D) 7	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Miercoles, 20 de Diciembre de 2018**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2018 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

A1. Un pendrive tiene 40 GB de memoria (1 Gigabyte ≡ 1000000000 bytes), se divide en tres carpetas: C1 para fotos, C2 para documentos y C3 para videos; tal que la carpeta C1 ocupe el 50% de la memoria y las otras dos a $\frac{1}{2}$ del espacio sobrante cada una. Si se desea almacenar en la carpeta C3: 4 videos de películas que ocupan 65.000.000 bytes cada una y 20 videos musicales que ocupan 32.000.000 bytes cada uno; ¿Cuánto espacio libre queda en el pendrive?
Expresar el resultado final en Megabytes (1 MB ≡ 1000000 bytes)

Capacidad: $40\times 10^9\ bytes$

$C1: 20\times 10^9\ bytes$

$C2: 10\times 10^9\ bytes$

$C3: 10\times 10^9\ bytes$

En la carpeta $C3$ el espacio ocupado es:

4 videos: $4 * 65\times 10^6 = 260\times 10^6\ bytes$

20 videos: $20 * 32\times 10^6 = 640\times 10^6\ bytes$

Total espacio ocupado: $260\times 10^6 + 640\times 10^6 = 900\times 10^6$

Espacio libre restante: $40\times 10^9 - 900\times 10^6 = 40000\times 10^6 - 900\times 10^6 = 39100\times 10^6\ bytes = 39100\ MB$

(A) 9100 MB (B) 900 MB **(C) 39100 MB** (D) 100 MB (E) Ninguno

A.2. Un tanque de agua se puede llenar por un grifo en 20 minutos. Después que éste grifo ha estado corriendo durante 5 minutos, se abre otro y entonces se llena el tanque en 3 minutos más. ¿En cuánto tiempo llenará el tanque solo con el segundo grifo?

El grifo 1 llena cada minuto $\frac{1}{20}\ partes$

El grifo 2 llena cada minuto $\frac{1}{x}\ partes$

$$5\left(\frac{1}{20}\right) + 3\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{x}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} + \frac{3}{20} + \frac{3}{x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{5x+3x+60}{\cancel{20x}} = \frac{20x}{\cancel{20x}}$$

$12x = 60 \quad \Rightarrow \quad x = 5\, min$

(A) 28 **(B) 5** (C) 6 (D) 23 (E) Ninguno

A.3. Hallar el valor de "m" en la ecuación: $x^2 = mx - 24$, si la diferencia de los cuadrados de sus raíces es 14.

$x^2 = mx - 24 \quad \Rightarrow \quad x^2 - mx + 24 = 0$

$a = 1 \qquad b = -m \qquad c = 24$

Por propiedad de las raíces:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = -\frac{-m}{1} \quad \Rightarrow \quad x_1 + x_2 = m \quad (1)$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{24}{1} \quad (2)$

$x_1^2 - x_2^2 = 14 \quad (3)$

Resolviendo el sistema entre las ecuaciones (2) y (3):

$x_1 = 4\sqrt{2} \qquad x_2 = 3\sqrt{2}$

Reemplazando en (1): $4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = m \quad \Rightarrow \quad 7\sqrt{2}$

a) $\sqrt{7}$	**b) $\sqrt{98}$**	c) $2\sqrt{7}$	d) 14	d) $\sqrt{14}$

A.4. Al resolver el sistema: $\begin{cases} log_2 x + log_4 y = \frac{3}{2} \\ \sqrt{\left(\frac{1}{27}\right)^{xy}} = 9^{-6} \end{cases}$ el valor de $x + y$ es:

$$\begin{cases} log_2 x + log_4 y = \frac{3}{2} \\ \sqrt{\left(\frac{1}{27}\right)^{xy}} = 9^{-6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} log_2 x + log_2 y^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{\left(\frac{1}{27}\right)^{xy}} = 9^{-6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} log_2\left(x \cdot y^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{1}{3^3}\right)^{\frac{xy}{2}} = 3^{-12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{\frac{3}{2}} = x \cdot y^{\frac{1}{2}} \\ 3^{\frac{-3xy}{2}} = 3^{-12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = x^2 \cdot y \\ \frac{3xy}{2} = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{x^2} \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}$$

Igualando: $\frac{8}{x^2} = \frac{8}{x} \quad \Rightarrow \quad x^2 = x \quad \Rightarrow \quad x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \ \ (solución\ extraña) \qquad x = 1$

Reemplazando en (2): $y = \frac{8}{1} \quad \Rightarrow \quad y = 8$

La suma es: $x + y = 1 + 8 = 9$

a) 12	b) 0	**c) 9**	d) 7	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Miercoles, 29 de Enero de 2018**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2018 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

A.1. Si las raíces x_1 y x_2 de la ecuación $4x^2 - 2mx + m - 5x - 1 = 0$ satisfacen la ecuación $\frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{3}{5}$, determinar el valor de m.

$$4x^2 - 2mx + m - 5x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4x^2 + (-2m - 5)x + m - 1 = 0$$

$$a = 4 \qquad b = -2m - 5 \qquad c = m - 1$$

Por propiedad de las raíces:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-2m-5}{4} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{4} \\ \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m+5}{4} & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{4} & (2) \\ \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{3}{5} & (3) \end{cases}$$

(1) y (2) en (3):

$$\frac{\frac{2m+5}{4}}{\frac{m-1}{4}} = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad 3(m - 1) = 5(2m + 5) \quad \Rightarrow \quad 3m - 3 = 10m + 25$$

$$-28 = 7m \quad \Rightarrow \quad m = -4$$

a) $m = 2$	b) $m = -2$	c) $m = 4$	**d) $m = -4$**	e) Ninguno

A2. Si a,b,c están en progresión geométrica con razón común $r > 0$ y $a > 0$, verificar que: $\log(a), \log(b), \log(c)$ están en progresión aritmética calculando la diferencia común d.

P.G.: a, b, c

$r = \frac{b}{a}$ (1)

P.A.: $\log a, \log b, \log c$

$$d = \log b - \log a \qquad \Rightarrow \qquad d = \log\frac{b}{a} \qquad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2):

$$d = \log(r)$$

a) $d = \log\left(\frac{bc}{a}\right)$	b) $d = r$	**c) $d = \log(r)$**	d) $d = \log(a)$	e) Ninguno

A3. Simplifica la expresión: $\sqrt[n]{\frac{20^{n+1}}{4^{n+2}+4^{n+1}}}$ $\quad (n > 1, entero)$

$$\sqrt[n]{\frac{20^{n+1}}{4^{n+2}+4^{n+1}}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{\frac{20^{n}\cdot 20}{4^{n}\cdot 4^{2}+4^{n}\cdot 4}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{\frac{20^{n}\cdot 20}{16\cdot 4^{n}+4\cdot 4^{n}}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{20^{n}\cdot \cancel{20}}{\cancel{20}\cdot 4^{n}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{20}{4} \quad \Rightarrow \quad 5$$

a) 4	**b) 5**	c) $\sqrt[n]{2}$	d) 20	e) Ninguno

A4. Al resolver el sistema: $\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{xy}{2x-2y} = \frac{2+x}{2} - \frac{y^2-x}{2(x-y)} \\ \frac{y}{x-1} + \frac{1}{x} = \frac{y+2}{x} \end{cases}$ el valor de $x + y$ es:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{xy}{2x-2y} = \frac{2+x}{2} - \frac{y^2-x}{2(x-y)} \\ \frac{y}{x-1} + \frac{1}{x} = \frac{y+2}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{2+x}{2} = \frac{xy}{2x-2y} - \frac{y^2-x}{2(x-y)} \\ \frac{y}{x-1} = \frac{y+2}{x} - \frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y-2}{2} = \frac{xy-y^2+x}{2x-2y} \\ \frac{y}{x-1} = \frac{y+1}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{2xy} - \cancel{2y^2} - 4x + 4y = \cancel{2xy} - \cancel{2y^2} + 2x \\ \cancel{xy} = \cancel{xy} + x - y - 1 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} -6x + 4y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad //(\times 4)$$

$$\begin{cases} -6x + \cancel{4y} = 0 \\ 4x - \cancel{4y} = 4 \end{cases}$$
$$-2x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

Reemplazando en (2):

$$-2 - y = 1 \quad \Rightarrow \quad y = -3$$

La suma es: $x + y = -2 - 3 = -5$

a) -5	b) -1	c) 5	d) 1	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves, 8 de Febrero de 2018**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 1-2018 (tercera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

A1. Juan no quiso vender su auto cuando le ofrecieron $\$us.3000$, con lo cuál hubiera ganado el 20% del costo que él pagó, pero poco después tuvo que venderlo en $\$us.2900$. ¿Qué porcentaje del costo que pagó ganó el propietario?

$\frac{120}{100}C = 3000 \quad \Rightarrow \quad C = 2500\ \$us$

Al venderlo en 2900 \$us el porcentaje de ganancia es:

2500 \$us__________________100%
2900 \$us__________________ x

$x = \frac{2900 \cdot 100}{2500} \quad \Rightarrow \quad x = 116\%$ entonces el porcentaje de ganancia es 16%

a) 12%	**b) 16%**	c) 15%	d) 10%	e) Ninguno

A.2 La suma de las soluciones de la ecuación: $\frac{3^x+3^{-x}}{3^{-x}} = 10 \cdot 3^{x-1}$

$\frac{3^x+3^{-x}}{3^{-x}} = 10 \cdot 3^{x-1} \quad \Rightarrow \quad 3^x + 3^{-x} = 10 \cdot 3^{x-1} \cdot 3^{-x} \quad \Rightarrow \quad 3^x + 3^{-x} = 10 \cdot 3^{-1}$

$3^x + \frac{1}{3^x} = \frac{10}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{3 \cdot 3^{2x}+3}{\cancel{3 \cdot 3^x}} = \frac{10 \cdot 3^x}{\cancel{3 \cdot 3^x}} \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

$(3 \cdot 3^x - 1)(3^x - 3) = 0$

$3 \cdot 3^x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot 3^x = 1 \quad \Rightarrow \quad 3^x = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad 3^x = 3^{-1} \quad \Rightarrow \quad x = -1$

$3^x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3^x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

La suma de las soluciones es: $1 - 1 = 0$

a) 1	b) -1	**c) 0**	d) -2	e) Ninguno

A.3 El primer término de una progresión aritmética, con diferencia común distinta de cero, es 2. El primero, tercero y onceavo de la progresión original forman una progresión geométrica. Hallar la suma de los 11 primeros términos de la progresión aritmética.

Progresión aritmética:
$a_1 = 2$

Progresión geométrica:
a_1, a_3, a_{11}

$$r = \frac{a_{11}}{a_3} = \frac{a_3}{a_1} \quad \Rightarrow \quad a_1 \cdot a_{11} = a_3^2 \quad \Rightarrow \quad 2a_{11} = a_3^2$$

$$2(a_1 + 10d) = (a_1 + 2d)^2 \quad \Rightarrow \quad 2(2 + 10d) = (2 + 2d)^2$$

$$4d^2 - 12d = 0 \quad \Rightarrow \quad 4d(d - 3) = 0$$

$$d = 0\ (solución\ no\ valida) \qquad d = 3$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \quad \Rightarrow \quad a_{11} = 2 + 10 \cdot 3 \quad \Rightarrow \quad a_{11} = 32$$

La suma de los primeros 11 términos es: $S_n = \frac{(a_1+a_{11})\cdot n}{2}$

$$S_{11} = \frac{(a_1+a_{11})\cdot 11}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{11} = \frac{(2+32)\cdot 11}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{11} = 187$$

a) 32	**b) 187**	c) 102	d) 68	e) Ninguno

A4. Un tanque tiene tres llaves de agua, si se abren las llaves A y B, el tanque se llena en 6 horas; si se abren las llaves B y C, se llena en 8 horas; y si se abren A y C, se llena en 4 horas. ¿En cuánto tiempo se llenará el tanque si se abre solo la llave B?

$$\begin{cases} \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{6} & (1) \\ \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{8} & (2) \\ \frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{1}{4} & (3) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones: $B = 48\ horas$

a) 16 horas	**b) 48 horas**	c) 2 horas	d) 32 horas	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves, 5 de Julio de 2018**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2018 (primera opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

A1. Encuentre la suma de todos los enteros comprendidos entre 84 y 719 que sean múltiplos de 5.

El primer múltiplo de 5 entre 84 y 719 es el 85 y el último múltiplo es el 715.

Datos: $a_1 = 85$ $\quad a_n = 715$ $\quad d = 5$ $\quad n = ?$

Determinando el número de términos: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$715 = 85 + (n-1)\cdot 5 \quad \Rightarrow \quad 630 = (n-1)\cdot 5 \quad \Rightarrow \quad 126 = n - 1$

$n = 127$

La suma está dada por la fórmula: $S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$

$S_{127} = \frac{(a_1+a_{127})\cdot 127}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{127} = \frac{(85+715)\cdot 127}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{127} = 50800$

a) 127	b) 5000	c) 50800	d) 25500	e) Ninguno

A2. Hallar el valor de "m + n", en la ecuación: $x^3 + mx^2 + nx + 7 = 0$, si $1 - 2\sqrt{2}$ es una de sus raíces (m, n son racionales).

Por el teorema de Cardano: Si $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \qquad x_1\cdot x_2 + x_1\cdot x_3 + x_2\cdot x_3 = \frac{c}{a} \qquad x_1\cdot x_2\cdot x_3 = -\frac{d}{a}$

Las raíces son: $x_1 = 1 - 2\sqrt{2} \qquad x_2 = 1 + 2\sqrt{2}$

Reemplazando en las 3 ecuaciones:

$1 - 2\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} + x_3 = -m \quad \Rightarrow \quad x_3 = -m - 2$

$(1-2\sqrt{2})(1+2\sqrt{2}) + (1-2\sqrt{2})x_3 + (1+2\sqrt{2})x_3 = n \quad \Rightarrow \quad x_3 = \frac{n+7}{2}$

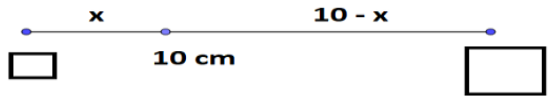
$(1-2\sqrt{2})(1+2\sqrt{2})\cdot x_3 = -7 \quad \Rightarrow \quad x_3 = 1$

Reemplazando $x_3 = 1$:

$m = -3 \qquad n = -5 \quad \Rightarrow \quad m + n = -8$

a) -5	b) -3	**c) -8**	d) -7	e) Ninguno

A3. Un alambre de 10 cm de largo se corta en dos trozos, uno de longitud x y el otro de longitud 10 - x, como se muestra en la figura. Cada trozo se dobla en la forma de un cuadro. Encontrar una función que modele el área total encerrada por los dos cuadrados.



Lado primer cuadrado: $\frac{x}{4}$

Área primer cuadrado: $A = l^2 \quad \Rightarrow \quad A = \left(\frac{x}{4}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{x^2}{16}$

Lado segundo cuadrado: $\frac{10-x}{4}$

Área segundo cuadrado: $A = l^2 \quad \Rightarrow \quad A = \left(\frac{10-x}{4}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{x^2-20x+100}{16}$

La suma de las áreas es: $A_{(x)} = \frac{x^2}{16} + \frac{x^2-20x+100}{16} \quad \Rightarrow \quad A_{(x)} = \frac{2x^2-20x+100}{16}$

$$A_{(x)} = \frac{x^2-10x+50}{8} \quad \Rightarrow \quad A_{(x)} = \frac{x^2-10x+25+25}{8} \quad \Rightarrow \quad A_{(x)} = \frac{(x-5)^2+25}{8} \quad \Rightarrow \quad A_{(x)} = \frac{(x-5)^2}{8} + \frac{25}{8}$$

a) $A = \frac{x^2}{4} + \frac{(10-x)^2}{4}$	b) $A = \frac{x^2}{4} + \frac{(x-10)^2}{4}$	**c) $A = \frac{1}{8}(x-5)^2 + \frac{25}{8}$**	d) $A = \frac{1}{8}(x-5)^2 + \frac{50}{8}$	e) Ninguno

A.4. Resolver la ecuación: $e^x + 12e^{-x} - 7 = 0$. La suma de sus soluciones es:

$$e^x + 12e^{-x} - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad e^x + \frac{12}{e^x} - 7 = 0$$

Cambio de variable: $u = e^x$

$$u + \frac{12}{u} - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad u^2 + 12 - 7u = 0 \quad \Rightarrow \quad u^2 - 7u + 12 = 0$$

$$(u-4)(u-3) = 0$$

$$u_1 = 4 \qquad u_2 = 3$$

Reemplazando en el cambio de variable:

$u = e^x \quad \Rightarrow \quad 4 = e^x$ Aplicando logaritmo natural miembro a miembro:

$\ln 4 = \ln e^x \quad \Rightarrow \quad x_1 = \ln 4$

$u = e^x \quad \Rightarrow \quad 3 = e^x$ Aplicando logaritmo natural miembro a miembro:

$\ln 3 = \ln e^x \quad \Rightarrow \quad x_2 = \ln 3$

La suma de las raíces es: $x_1 + x_2 = \ln 4 + \ln 3 = \ln 12$

a) 7	b) ln 4	c) ln 3	**d) ln 12**	e) Ninguno

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN **Jueves, 26 de Julio de 2018**

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

EXAMEN DE INGRESO 2-2018 (segunda opción)

ÁREA MATEMÁTICAS

A.1. Los postes para teléfono se almacenan apilados con 50 postes en la primera fila, 49 en la segunda y así sucesivamente. Si hay 40 filas, ¿cuántos postes para teléfono hay apilados en total?

Datos de la progresión aritmética:
$a_1 = 50$ $\quad d = -1$ $\quad n = 40$

Aplicando la fórmula de enésimo término: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

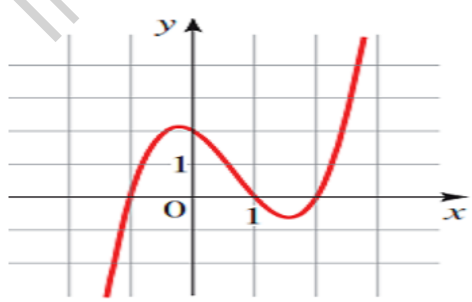
$a_{40} = 50 + (40-1)\cdot(-1) \quad \Rightarrow \quad a_{40} = 11$

Aplicando la fórmula de la sumatoria: $S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{40} = \frac{(50+11)\cdot 40}{2}$

$S_{40} = 1220$

a) 600	b) 2000	c) 1020	**d) 1220**	e) Ninguno

A.2. Encuentre un polinomio de grado tres, cuya gráfica se muestra.



Del gráfico se tienen los puntos: $A(1,0)$ $\quad B(0,2)$

Reemplazando los puntos en la función: $F(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$
$0 = 0 \quad 2 = 2$

a) $x^3 - x^2 - x + 2$	**b) $x^3 - 2x^2 - x + 2$**	c) x^3	d) $x^3 - 8$	e) Ninguno

A3. Un fabricante encuentra que el ingreso I, generado por vender x unidades de cierto artículo está dado por la función: $I_{(x)} = 80x - 4x^2$ $\quad [I_{(x)} \quad en\ Bs.]$

Calcular el ingreso máximo I_{max} y cuantas unidades m_x se tienen que fabricar para obtener ese máximo. Luego verifica si:

Derivando la función para maximizar: $I^{|}_{(x)} = 80 - 8x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 10$

El ingreso máximo es: $I_{(x)} = 80x - 4x^2 \quad \Rightarrow \quad I_{(10)} = 80 \cdot 10 - 4 \cdot 10^2$

$I_{(10)} = 400$

Entonces:

a) $I_{max} = 80m_x$	b) $I_{max} = 10m_x$	**c)) $I_{max} = 40m_x$**	d)) $I_{max} = 20m_x$	e) Ninguno

A4. Se invierte una suma de $\boldsymbol{P = 1000}$ dólares a una tasa de interés de $r = 4\%$ anual (4%=0.04). Encuentre el tiempo t requerido para que la cantidad crezca a $A = 4000$ dólares, si el interés se capitaliza de forma continua mediante la fórmula: $\boldsymbol{A_{(t)} = P \cdot e^{r \cdot t}}$ (Donde e es el número de Euler o constante de Napier)

Datos:
$P = 1000 \quad A = 4000 \quad r = 0,04$

$A_{(t)} = P \cdot e^{r \cdot t} \quad \Rightarrow \quad 4000 = 1000 \cdot e^{0,04 \cdot t} \quad \Rightarrow \quad 4 = e^{0,04 \cdot t}$

$\ln 4 = \ln e^{0,04 \cdot t} \quad \Rightarrow \quad \ln 4 = 0,04 \cdot t \cdot \ln e \quad \Rightarrow \quad \ln 4 = \frac{1}{25} \cdot t$

$t = 25 \cdot \ln 4$

a) $t = 36$	**b) $t = 25 \cdot \ln 4$**	c) $t = \frac{1}{4} \cdot \ln 4$	d) $t = 4 \cdot \ln 4$	e) Ninguno